

ΠΡΑΚΤΙΚΑ
2ης ΔΙΗΜΕΡΙΔΑΣ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ Δ.Ε. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ - ΣΑΒΒΑΤΟ 21 και 22 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2000

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ ΓΑΛΛΟΥ ΡΕΘΥΜΝΗΣ

**2η ΔΙΗΜΕΡΙΔΑ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ Δ.Ε. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

21 - 22 Απριλίου 2000

Πανεπιστιμιούπολη Γάλλου Ρεθύμνης

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΔΙΗΜΕΡΙΔΑΣ

- Μ. Βάμβουκας**, Κοσμήτορας της Σχολής των Επιστημών της Αγωγής του Πανεπιστημίου Κρήτης.
- Θ. Εξαρχάκος**, Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μίου Αθηνών, Πρόεδρος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου του ΥΠΕΠΘ
- Ι. Θωμαΐδης**, Δρ Διδακτικής Μαθηματικών, Θεσσαλονίκη.
- Φ. Καλαβάσης**, Καθηγητής, Π.Τ.Ν. του Παν/μίου Αιγαίου.
- Β. Κάλφας**, Καθηγητής, Πρόεδρος του Τμήματος Φιλοσοφικών και Κοινωνικών Σπουδών του Παν/μιου Κρήτης
- Μ. Κούρκουλος**, Εντετ. Επίκουρος Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης.
- Μ. Λάμπρου**, Αναπληρωτής Καθηγητής, Μαθηματικό Τμήμα του Παν/μίου Κρήτης.
- Π. Μιχαηλίδης**, Αναπληρωτής Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης.
- Σ. Νεγρεπόντης**, Καθηγητής, Μαθηματικό Τμήμα Παν/μίου Αθηνών.
- Σ. Παπασταυρίδης**, Καθηγητής Μαθηματικό Τμήμα Πανεπιστημίου Αθηνών, Πρόεδρος ΚΕΓΕ, Αντιπρόσωπος της Ελλάδας στην UNESCO για θέματα εκπαίδευσης
- Τ. Πατρώνης**, Επίκουρος Καθηγητής, Μαθηματικό Τμήμα Παν/μίου Πατρών .
- F. Pluvinage**, Καθηγητής, Μαθηματικό Τμήμα Παν/μίου L. Pasteur Στρασβούργου.
- Κ. Τζανάκης**, Αναπληρωτής Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης.
- Γ. Τρούλης**, Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης.
- J. Fauvel**, Καθηγητής, The Open University, United Kingdom.
- Γ. Φιλίππου**, Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κύπρου.

ΟΡΓΑΝΩΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΔΙΗΜΕΡΙΔΑΣ

- Μ. Δαμανάκης**, Αντιπρύτανης του Πανεπιστημίου Κρήτης
- Μ. Βάμβουκας**, Κοσμήτορας της Σχολής των Επιστημών της Αγωγής του Πανεπιστημίου Κρήτης.
- Δ. Κουκουλομάτης**, Καθηγητής, Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης (Π.Τ.Δ.Ε.) του Παν/μίου Κρήτης.
- Β. Κάλφας**, Καθηγητής, Πρόεδρος του Τμήματος Φιλοσοφικών και Κοινωνικών Σπουδών του Πανεπιστημίου Κρήτης
- Π. Μιχαηλίδης**, Αναπληρωτής Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης, Αντιπρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου του ΥΠΕΠΘ
- Α. Αϊλαμάκης**, Σχολικός Σύμβουλος Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης Ν. Ηρακλείου
- Β. Δαφέρμος**, Μεταπτυχιακός φοιτητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης
- Ι. Κανέλος**, Μεταπτυχιακός φοιτητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης
- Μ. Κούρκουλος**, Εντετ. Επίκουρος Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης.
- Α. Τερζάκη**, Μεταπτυχιακή φοιτήτρια στο Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης.
- Κ. Τζανάκης**, Αναπληρωτής Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης.
- Γ. Τρούλης**, Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. του Παν/μίου Κρήτης.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό περιέχει τις εισηγήσεις που παρουσιάστηκαν κατά την διάρκεια της 2^{ης} *Διημερίδας Διδακτικής Μαθηματικών*, που οργανώθηκε από το Παιδαγωγικό Τμήμα Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Κρήτης και πραγματοποιήθηκε στις 21 και 22 Απριλίου 2000 στο Πανεπιστήμιο Κρήτης στο Ρέθυμνο.

Στόχος όλων όσοι συμμετείχαν στην διοργάνωση της Διημερίδας αυτής ήταν, αφ' ενός μεν να γίνουν εισηγήσεις που αναφέρονται σε σύγχρονες και διεθνείς εξελίξεις σημαντικών θεμάτων στην Διδακτική των Μαθηματικών (ΔΜ) που αφορούν στην πρωτοβάθμια και στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση και αφ' ετέρου να δοθεί η δυνατότητα επικοινωνιακής επικοινωνίας μεταξύ των ελλήνων ερευνητών της ΔΜ με διακεκριμένους συναδέλφους από το εξωτερικό. Επί πλέον, να δοθεί έτσι η δυνατότητα στην εκπαιδευτική κοινότητα να ενημερωθεί για ζητήματα ΔΜ για τα οποία υπάρχει σήμερα έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον. Αυτός άλλωστε είναι ένας από τους βασικούς λόγους για τον οποίο, όπως και στην 1^η *Διημερίδα*, τα πρακτικά περιέχουν, μαζί με το πρωτότυπο, μεταφρασμένες στα ελληνικά όλες τις εισηγήσεις των ξένων προσκεκλημένων ομιλητών. Επίσης, για κάθε εισήγηση που είναι στα ελληνικά, υπάρχει περίληψη της στα αγγλικά ή τα γαλλικά, ώστε να μπορεί και ο μη ελληνόφωνος αναγνώστης να έχει μια συνοπτική εικόνα αυτών των εισηγήσεων.

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τα μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής που με προθυμία έκριναν τεκμηριωμένα και επικοινωνιακά τις υποβληθείσες εργασίες. Ευχαριστούμε, επίσης, την Πρυτανεία και την Κοσμητεία της Σχολής των Επιστημών Αγωγής του Πανεπιστημίου Κρήτης για την ηθική και υλική στήριξη της προσπάθειάς μας.

Παρ' όλο που κάθε εισήγηση μπορεί να εμπίπτει σε περισσότερες της μίας από τις πέντε θεματικές ενότητες στις οποίες χωρίζεται αυτό το βιβλίο, για πρακτικούς λόγους, περιλαμβάνεται στην θεματική ενότητα με την οποία σχετίζεται περισσότερο: (α) Μάθηση και αποτυχία στα Μαθηματικά, (β) Όψεις της Διδακτικής της Γεωμετρίας, (γ) η Διδασκαλία των Μαθηματικών και η Πληροφορική, (δ) Επιστημολογικά και μεθοδολογικά ζητήματα σχετικά με τα Μαθηματικά και την διδασκαλία τους, (ε) Θέματα Φιλοσοφίας και Ιστορίας των Μαθηματικών. Από τα κείμενα φαίνεται ότι συχνά τα θέματα της ΔΜ, απαιτούν διαθεματική προσέγγιση, αφού άπτονται διαφορετικών περιοχών, όπως τα Μαθηματικά αυτά καθεαυτά, την ιστορία και επιστημολογία τους, τη σχέση τους με τις άλλες θετικές επιστήμες -ιδιαιτέρως δε την Φυσική-, η Γνωστική Ψυχολογία, την Εφαρμοσμένη Στατιστική, την Πληροφορική κλπ. Κατά συνέπεια, η κατανόηση και βελτίωση του διδασκαλίας και μάθησης απαιτεί, τόσο από τον ερευνητή όσο και από τον δάσκαλο των Μαθηματικών όλων των βαθμίδων, εμπάθунση σε περισσότερες της μιας από τις παραπάνω περιοχές. Καθίσταται έτσι σαφές ότι ο δάσκαλος των Μαθηματικών οποιασδήποτε βαθμίδας, από την πρωτοβάθμια ως την τριτοβάθμια, είναι χρήσιμο και ευκτέο να γνωρίζει πολλαπλάσια των όσων καλείται να διδάξει, όχι μόνον στα Μαθηματικά αυτά καθεαυτά (όπου είναι προφανής προϋπόθεση), αλλά και στις προαναφερθείσες περιοχές. Το ίδιο ισχύει και για τον ερευνητή της ΔΜ, ο οποίος χρειάζεται να έχει στέρεες γνώσεις όχι μόνο σε ευρεία περιοχή των Μαθηματικών, αλλά και της επιστημολογίας τους, της σχέσης τους με τις άλλες επιστήμες και την Ψυχολογία, ώστε τα πορίσματα του να είναι περισσότερο έγκυρα.

Έτσι αναδεικνύεται η αναγκαιότητα μιας στενότερης προσέγγισης των Παιδαγωγικών και των Μαθηματικών Τμημάτων, τόσο μεταξύ τους, όσο και με τους εκπαιδευτικούς των δύο πρώτων βαθμίδων, που, συχνά, κάτω από αντίξοες συνθήκες, πασχίζουν να βελτιώσουν την παρεχόμενη μαθηματική παιδεία των μαθητών τους. Τούτο δε, γίνεται επιτακτικότερο, αν λάβουμε υπ' όψιν ότι βρισκόμαστε σε μια εποχή που υπάρχει διεθνώς η τάση, όχι μόνον στα Μαθηματικά, αλλά γενικά στην εκπαίδευση, μιας επιδερμικής προσέγγισης πληθώρας θεμάτων, που εκ των πραγμάτων δεν ευνοεί την ολοκληρωμένη και βαθειά κατανόηση τους,

άρα και τη μάθηση τους.

Είναι επιθυμία και ευχή όλων μας, το βιβλίο αυτό να βοηθήσει προς την κατεύθυνση μιας στενότερης συνεργασίας όλων των ενδιαφερομένων για την βελτίωση της παρεχόμενης μαθηματικής παιδείας στην χώρα μας.

Ρέθυμνο, Νοέμβριος 2000

Μ. Κούρκουλος
Κ. Τζανάκης
Γ. Τρούλης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος Περιεχόμενα

σελίδα

1. Μάθηση και αποτυχία στα Μαθηματικά

- 1.1 Μ. Καλδρυμίδου, Α. Οικονόμου, Π. Οικονόμου, Χ. Σακονίδης, Μ. Τζεκάκη,
Αξιολόγηση των μαθηματικών γνώσεων μαθητών ΣΤ' Δημοτικού και Γ' Γυμνασίου
- 1.2 Β. Δαφέρμος, *Η δυσκολία στην κατανόηση της έννοιας του κλάσματος και το σύνδρομο της αποφυγής*
- 1.3b J-C. Rauscher, *Η πρόοδος των μαθητών 11-12 ετών στην γεωμετρία: "Ο ρόλος του καθηγητή" και "ο ρόλος της τάξης"*
- 1.4 Γ. Τρούλης, *Συναισθηματικότητα και Μαθηματικά: Οι σχέσεις των φοιτητών των Παιδαγωγικών Τμημάτων με τα Μαθηματικά (Στάσεις και αναπαράστάσεις)*

2. Όψεις της Διδακτικής της Γεωμετρίας

- 2.1b G. Brousseau, *"Οι διδακτικές ιδιότητες της στοιχειώδους γεωμετρίας"*
- 2.2 Κ. Ζαχάρος, *Επιστημολογικά εμπόδια που εμφανίζονται στην μέτρηση επιφανειών επιπέδων σχημάτων*
- 2.3 Π. Αθανασόπουλος, Τ. Πατρώνης, *Τοποθεσίες, δρόμοι και σήματα: τρόποι έκφρασης των εννοιών του χωρικού προσανατολισμού μέσα σε ένα πολιτισμικό πλαίσιο συμφραζομένων*
- 2.4 Γ. Θωμαΐδης, *Η κατανόηση της αξιωματικής θεμελίωσης και η αποδεικτική ικανότητα των μαθητών στο μάθημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.*
- 2.5 Ε. Δημητριάδου, *Ο ρόλος της Φυσικής στην εισαγωγή του διανύσματος στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση*

3. Η διδασκαλία των Μαθηματικών και η Πληροφορική

- 3.1 Μ. Τσιότσιου, Ε. Καρρά, *Η δυναμική της "εξήγησης" και η συμβολή της LOGO στον διδακτικό μετασχηματισμό γεωμετρικών εννοιών: Το παράδειγμα της γωνίας*
- 3.2 Μ. Κορδάκη, *Η μελέτη μη κυρτών πολυγώνων από μαθητές στο περιβάλλον του μικρόκοσμου C.AR.ME.*
- 3.3b C. Dupuis, *Η χρήση λογισμικού στα πλαίσια μιας εισαγωγής στην Στατιστική*

4. Επιστημολογικά και μεθοδολογικά ζητήματα σχετικά με τα Μαθηματικά και την διδασκαλία τους

- 4.1b E. Barbin, *"Κάνω Γεωμετρία": Συνεισφορά μιας επιστημολογικής ιστορίας σε διδακτικά θέματα.*
- 4.2b J. Fauvel, *Ιστορία των Μαθηματικών: Μια χρήσιμη πηγή βοήθειας για τον δάσκαλο των Μαθηματικών*
- 4.3 Μ. Καλδρυμίδου, *Γνωστικά και επιστημολογικά χαρακτηριστικά της διαδικασίας γενίκευσης στα σχολικά μαθηματικά*
- 4.4 Μ. Ιατρίδου, Ε. Κολέζα, *Στα ίχνη της μαθηματικής ανακάλυψης: Πειραματικά Μαθηματικά*

4.5 Μ. Κούρκουλος, Κ. Τζανάκης, *Η εκτίμηση και ο έλεγχος ως θεμελιώδεις όψεις της σύλληψης και εκμάθησης μαθηματικών αλγορίθμων*

5. Θέματα Φιλοσοφίας και Ιστορίας των Μαθηματικών

5.1 Σ. Νεγρεπόντης, *Η αμφίδρομη σχέση Πλάτωνος και Ευκλείδου*

5.2 Β. Σπηλιωτάκης, *Το συνεχές στον Αριστοτέλη*

5.3 Μ. Λάμπρου, *Το Παλίμψηστο του Αρχιμήδη*