

ΠΡΑΚΤΙΚΑ

**4ης ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΔΙΗΜΕΡΙΔΑΣ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΤΟΜΟΣ Ι

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ Δ.Ε. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ - ΣΑΒΒΑΤΟ 22 και 23 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2005

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ ΓΑΛΛΟΥ ΡΕΘΥΜΝΗΣ

Επιμέλεια

Μ. Κούρκουλος, Κ. Τζανάκης, Γ. Τρούλης

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

- A. Arcavi*, Department of Science Teaching, Weizmann Institute of Science, Israel
E. Barbin., Université de Nantes, IREM-Centre F. Viète, France
A. Γαγάτσης, Τμήμα Επιστημών Αγωγής, Παν/μιο Κύπρου
M. Γιαμαλίδου, Δρ. Ιστορίας των Επιστημών
R. Duval, I.U.F.M., Université de Lille 1, France
A. Elidrissi, Ecole Normale Supérieure, Morocco
Θ. Ζαχαριάδης, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών
K. Ζορμπαλά, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
I. Θωμαΐδης, Δρ Διδακτικής Μαθηματικών, Θεσσαλονίκη.
M. Isoda, Institute of Education, University of Tsukuba, Japan
Φ. Καλαβάσης, Τ.ΕΠ.Α.Ε.Σ., Παν/μιο Αιγαίου.
M. Καλδρυμίδου, Π.Τ.Ν. Παν/μιο Ιωαννίνων.
N. Κασάνης, Τμήμα Μαθηματικών, Παν/μιο Θεσσαλονίκης
M. Κούρκουλος, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Κρήτης.
X. Κουρουνιώτης, Τμήμα Μαθηματικών Παν/μιο Κρήτης.
M. Kronfellner, Institut für Algebra & Computermathematik, Technische Universität Wien, Austria
M. Λάμπρου, Τμήμα Μαθηματικών, Παν/μιο Κρήτης.
X. Λεμονίδης, Π.Τ.Δ.Ε., Παν/μιο Δυτικής Μακεδονίας
B. Μακράκης, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Κρήτης
E. Milkova, Department of Informatics, University of Hradec Kralove, Czech Republic
Π. Μιχαηλίδης, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Κρήτης.
Σ. Νεγρεπόντης, Τμήμα Μαθηματικών, Παν/μιο Αθηνών
Σ. Παπασταυρίδης, Τμήμα Μαθηματικών, Παν/μιο Αθηνών
F. Pluvinage, Université L. Pasteur de Strasbourg, France
Δ. Πόταρη, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Πατρών
L. Radford, Ecole des Sciences de l' Education, Laurentian University, Canada
J-C. Rauscher, I.U.F.M d' Alsace, France
X. Σακονίδης, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Θράκης
M-K. Siu, Department of Mathematics, University of Hong-Kong, China
K. Τζανάκης Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Κρήτης
M. Τζεκάκη, Π.Τ.Ν. Παν/μιο Θεσσαλονίκης.
T. Τριανταφυλλίδης, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Γ. Τρούλης, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Κρήτης
G. FitzSimons, Monash University, Victoria, Australia
K. Χατζηκυριάκου, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΟΡΓΑΝΩΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Ι. Πυργιωτάκης Πρόεδρος ΠΤΔΕ

Μ. Κούρκουλος

Κ. Τζανάκης

Γ. Τρούλης

Γ. Αναγνωστάκης

Ν. Ανδρεαδάκης

Θ. Ζαρκάδη

Π. Ιωακειμίδης

Η. Καρασαβίδης

Ν. Καρατάσος

Λ. Καρβούνης

Ε. Μανταδάκης

Ε. Νικολιάκης

Γ. Περικλειδάκης

Ε. Φωσκόλου

Γ. Χαλεπάκη

Μ. Χαλεπάκη

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ο παρών τόμος αποτελεί τον πρώτο μέρος των Πρακτικών της 4^{ης} Διημερίδας Διδακτικής Μαθηματικών, που πραγματοποιήθηκε στις 22 & 23 Απριλίου 2005 στο Πανεπιστήμιο Κρήτης στο Ρέθυμνο. Περιέχει στα ελληνικά τα πλήρη κείμενα των εισηγήσεων που έγιναν από έλληνες ομιλητές, την μετάφραση των εισηγήσεων των ξένων προσκεκλημένων ομιλητών, καθώς και περιλήψεις των εισηγήσεων που έγιναν στα αγγλικά, ή γαλλικά από ξένους ομιλητές. Ο δεύτερος τόμος περιλαμβάνει τα πλήρη κείμενα των εισηγήσεων που έγιναν στα αγγλικά, ή γαλλικά, καθώς και περιλήψεις σε μια από τις δύο αυτές γλώσσες των εισηγήσεων που έγιναν στα ελληνικά.

Οι Διημερίδες Διδακτικής Μαθηματικών διοργανώνονται κάθε δύο χρόνια από το 1998 από το Παιδαγωγικό Τμήμα Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Κρήτης, στην Πανεπιστημιούπολη, στο Ρέθυμνο και περιλαμβάνουν εισηγήσεις διακεκριμένων προσκεκλημένων ομιλητών, καθώς και εισηγήσεις ελλήνων και ξένων επιστημόνων που γίνονται δεκτές μετά από διαδικασία κρίσης από τα μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής. Στην 4^η Διημερίδα, υπήρξαν 4 κεντρικές ομιλίες ξένων προσκεκλημένων ομιλητών, ενώ για πρώτη φορά η πρόσκληση εκδήλωσης ενδιαφέροντος ήταν διεθνής και υπήρξε σημαντική ανταπόκριση από πολλές χώρες του εξωτερικού. Οι 31 από τις 57 εργασίες που υποβλήθηκαν, προέρχονται από 15 χώρες εκτός Ελλάδος, εκ των οποίων 8 ευρωπαϊκές. Κάθε εργασία κρίθηκε τουλάχιστον από δύο μέλη της Διεθνούς Επιστημονικής Επιτροπής και τελικά έγιναν δεκτές 37 εξ αυτών, εκ των οποίων οι 33 συμπεριλαμβάνονται στα Πρακτικά της Διημερίδας.

Στις Διημερίδες αυτές, τις οποίες παρακολουθούν κάθε φορά περίπου 300 σύνεδροι, υπάρχει ευρεία συμμετοχή της εκπαιδευτικής κοινότητας. Η πολύ θετική ανταπόκριση που είχε ακόμα και σε διεθνές επίπεδο και αυτή η Διημερίδα, τόσο από πλευράς συμμετοχής, όσο και από πλευράς υποβολής εργασιών, μας κάνει να πιστεύουμε ότι καλύπτει μια πραγματική ανάγκη της εκπαιδευτικής και ερευνητικής κοινότητας στην περιοχή της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Ως εκ τούτου, ως μία δραστηριότητα σταθερά επαναλαμβανόμενη ανά διετία, τείνει να αποτελέσει θεσμό για τον ελληνικό χώρο στην περιοχή της Μαθηματικής Εκπαίδευσης, με βασικούς στόχους, την επαφή και ανάπτυξη συνεργασίας μεταξύ ελλήνων και ξένων ερευνητών της Διδακτικής Μαθηματικών, καθώς και την ενημέρωση της Πανεπιστημιακής Κοινότητας και των εκπαιδευτικών της Κρήτης, σχετικά με τις σύγχρονες τάσεις στην Διδακτική των Μαθηματικών και συναφών πεδίων.

Στόχος όλων όσοι συμμετείχαν στην διοργάνωση της Διημερίδας αυτής ήταν: (α) Να γίνουν εισηγήσεις που αναφέρονται σε σύγχρονες και διεθνείς εξελίξεις σημαντικών θεμάτων στην Διδακτική των Μαθηματικών (ΔΜ) που αφορούν σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες, και έτσι να μπορέσει η εκπαιδευτική κοινότητα να ενημερωθεί για ζητήματα ΔΜ για τα οποία υπάρχει σήμερα έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον. (β) Να δοθεί η δυνατότητα επικοινωνιακής επικοινωνίας μεταξύ των ελλήνων ερευνητών της ΔΜ με διακεκριμένους συναδέλφους από το εξωτερικό. (γ) Να αναδειχθεί καθαρά ότι, τα ερωτήματα και τα προβλήματα σχετικά με την διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών σε όλες τις βαθμίδες είναι αλληλένδετα: κατά συνέπεια, η επαφή, η συνεργασία και η αλληλοκατανόηση των εκπαιδευτικών και των ερευνητών όλων των βαθμίδων είναι ουσιώδης προϋπόθεση για την βελτίωση της παρεχόμενης Μαθηματικής Παιδείας.

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τα μέλη της *Διεθνούς Επιστημονικής Επιτροπής* που με προθυμία έκριναν τεκμηριωμένα και εποικοδομητικά τις υποβληθείσες εργασίες. Ευχαριστούμε, επίσης, την Πρυτανεία του Πανεπιστημίου Κρήτης και το Εμπορικό Επιμελητήριο Ρεθύμνης για την οικονομική στήριξη της προσπάθειας μας, τον κ. Γ. Θωμαΐδη για την πολύτιμη βοήθεια του στην ανεύρεση και συμπλήρωση των βιβλιογραφικών αναφορών σε πολλά κείμενα, τις κκ. Σ. Νικολαΐδου και Φ. Τουτουντζάκη για τις προσεγμένες μεταφράσεις των κειμένων και τις κ.κ. Κ. Καλούδα και Θ. Ζαρκάδη για την μακέτα του εξωφύλλου.

Παρ' όλο που κάθε εισήγηση μπορεί να εμπίπτει σε περισσότερες της μίας από τις τέσσερις θεματικές ενότητες στις οποίες χωρίζονται οι δύο τόμοι, για πρακτικούς λόγους, περιλαμβάνεται στην θεματική ενότητα με την οποία σχετίζεται περισσότερο: (1) Μάθηση και αποτυχία στα Μαθηματικά,, (2) Επιστημολογικά και μεθοδολογικά ζητήματα σχετικά με τα Μαθηματικά και την διδασκαλία τους, (3) Εναλλακτικές μορφές διδασκαλίας και νέες τεχνολογίες στην Μαθηματική Εκπαίδευση, (4) Θέματα της Διδακτικής της Γεωμετρίας. Όπως έχει τονισθεί επανειλημμένα, η διεπιστημονικότητα της ΔΜ απαιτεί, τόσο από τον ερευνητή, όσο και από τον δάσκαλο των Μαθηματικών, εύρος και βάθος γνώσεων σε πολλές περιοχές πέραν των Μαθηματικών αυτών καθεαυτών, όπως είναι οι άλλες θετικές επιστήμες, η ιστορία και επιστημολογία τους, η γνωστική ψυχολογία, η εφαρμοσμένη στατιστική, οι νέες τεχνολογίες κλπ. Ειδικότερα, αναδεικνύεται ολοένα και περισσότερο η αναγκαιότητα μιας στενότερης προσέγγισης μεταξύ Παιδαγωγικών και Μαθηματικών Τμημάτων, καθώς επίσης των τμημάτων αυτών με τους εκπαιδευτικούς των δύο πρώτων βαθμίδων. Ελπίζουμε ότι ο παρών τόμος θα βοηθήσει προς την κατεύθυνση αυτή, στοχεύοντας πάντα στην βελτίωση της μαθηματικής παιδείας στην χώρα μας.

Ρέθυμνο, Οκτώβριος 2005

Μ. Κούρκουλος
Κ. Τζανάκης
Γ. Τρούλης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος Περιεχόμενα

σελίδα

1. Μάθηση και αποτυχία στα Μαθηματικά

- 1.1 F. Pluinage: *Μαθηματικά από μία διδακτική σκοπιά* (κεντρική ομιλία)
- 1.2 M. Bonacina, A. Haidar, M. Quiroga, E. Sorribas, C. Teti, G. Pavan: *Διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών και η ανάπτυξη “κοινωνικομαθηματικών” κανόνων* (περίληψη)
- 1.3 E. Βασιλάκη, A. Σπυριδάκης, Γ. Σταμέλος, E. Γιαχνάκης, Γ. Κανέλλος: *Άγχος Αξιολόγησης και Μεταγνωστικές Δεξιότητες*
- 1.4 M. E. Paradise: *Ενισχυτική Εκπαίδευση στα Μαθηματικά* (περίληψη)
- 1.5 D. Tanguay: *Μία πειραματική διερεύνηση σχετικά με την εκμάθηση της απαγωγικής δομής στην απόδειξη* (περίληψη)
- 1.6 R. Onodenko & P. Tsamir: *Πιθανές αιτίες αποτυχίας κατά το χειρισμό της έννοιας του σημείου καμπής* (περίληψη)
- 1.7 G. Noël: *Η χρήση των πιθανοτήτων στη διδασκαλία των Μαθηματικών ως κατάλληλη πηγή προβλημάτων* (περίληψη)
- 1.8 Γ. Χαλεπάκη: *Δυνατότητες και συμπεριφορά των μαθητών της ΣΤ' τάξης σε σχέση με τα κριτήρια εκτίμησης και έλεγχου του μεγέθους των αποτελεσμάτων των πράξεων*
- 1.9 Γ. Περικλειδάκης: *Η κατανόηση και επίλυση λεκτικών προβλημάτων από τους μαθητές του Δημοτικού σχολείου με μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά: Μια πειραματική διδασκαλία*
- 1.10 X. Λεμονίδης & M. Χατζηλιαμή: *Τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της οικογένειας και οι αριθμητικές γνώσεις των νηπίων*
- 1.11 X. Ανδρόνη, E. Δημητρακοπούλου, K. Ζαχάρος: *Κοινωνικές και πολιτισμικές παράμετροι της αποτυχίας στα μαθηματικά στο νηπιαγωγείο*

2. Επιστημολογικά και μεθοδολογικά ζητήματα σχετικά με τα Μαθηματικά και την διδασκαλία τους

- 2.1 F. Furinghetti & A. Somaglia: *Η ιστορία των μαθηματικών και η εκπαίδευση των εκπαιδευτικών στην πράξη: Μία μελέτη περίπτωσης* (κεντρική ομιλία)
- 2.2 G. Schubring: *Γενικεύοντας την έννοια του πολλαπλασιασμού – Επιστημολογικές συνέπειες της σχέσης μεταξύ ποσότητας και αριθμού* (κεντρική ομιλία)
- 2.3 R. Bkouche: *Η Γεωμετρία ανάμεσα στα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες* (περίληψη)
- 2.4 D. Escobar: *Διδασκαλία πιθανοτήτων και στατιστικής για διαφορετικές επιστήμες* (περίληψη)
- 2.5 M. Καλδρυμίδου, M. Τζεκάκη, X. Σακονίδης: *Η διαχείριση των μαθηματικών νοημάτων στη σχολική τάξη*
- 2.6 K. Νικολαντωνάκης: *Η πράξη του Πολλαπλασιασμού στο πλαίσιο ενός προγράμματος επιμόρφωσης Δασκάλων Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης*

2.7 L. Venegas: *Μία ενδεχόμενη απάντηση για την έλλειψη κινήτρων σε ότι αφορά τα Μαθηματικά* (περίληψη)

2.8 Π. Λιναρδάκης: *Διδακτική των Μαθηματικών και λεξικογραφία*

3. Εναλλακτικές μορφές διδασκαλίας και νέες τεχνολογίες στην Μαθηματική Εκπαίδευση

3.1 C. Hoyles & R. Noss: *Σχεδιάζοντας Μαθηματικά Περιβάλλοντα Μάθησης για Συνεργασία από Απόσταση* (κεντρική ομιλία)

3.2 Γ. Θωμάϊδης & Μ. Σταφυλίδου: *Μια έρευνα για τις προοπτικές και δυνατότητες της διαθεματικής διδασκαλίας: Η περίπτωση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Α' Λυκείου*

3.3 Ν. Μουσουλίδης, Μ. Πιττάλης, Κ. Χρίστου: *Ανάπτυξη ενός παρεμβατικού προγράμματος για τη διδασκαλία της επίλυσης μαθηματικού προβλήματος*

3.4 Γ. Μ. Τρούλης: *Διαθεματικότητα και Μαθηματικά: Παραδείγματα μοντελοποίησης*

3.5 Ε. Θεοδώρου & Χ. Λεμονίδης: *Εθνομαθηματικά και Γεωμετρία: μια νέα διαθεματική πρόταση για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού*

3.6 C. Bonotto: *Να μαθηματοποιήσουμε την καθημερινότητα ή να “κάνουμε καθημερινότητα” τα μαθηματικά;* (περίληψη)

3.7 J.L. Galán, M.A. Galán, A. Gálvez, A.J. Jiménez, Y. Padilla, P. Rodríguez: *Προγραμματισμός με CAS σαν μια εναλλακτική μέθοδος διδασκαλίας των Μαθηματικών σε μηχανικούς* (περίληψη)

3.8 C. Sárnáti: *Πρακτικές, επιστημολογικές και ευρετικές αξίες στην εμπλουτισμένη με CAS μαθηματική εκπαίδευση* (περίληψη)

3.9 Γ. Πολυζώης: *Σχεδιασμός μιας διδακτικής παρέμβασης, με τη βοήθεια λογισμικού, σε προβλήματα πλοήγησης, κατάλληλα για παιδιά ηλικίας 5-7 ετών*

4. Θέματα της Διδακτικής της Γεωμετρίας

4.1 M. Barabash: *Διδακτική της γεωμετρίας στο σχολείο βασισμένη στη συστηματική γνώση των εκπαιδευτικών γύρω από μια σχετική γεωμετρική θεωρία* (περίληψη)

4.2 Z. Gooya & B. Z. Zangeneh: *Πώς οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται τη διδασκαλία της γεωμετρίας στο Ιράν* (περίληψη)

4.3 Ι. Γεωργίου, Μ. Καίσαρη, Τ. Πατρώνης: *Το Διάνυσμα, το Παραλληλόγραμμο, οι Μετασχηματισμοί και η Διδακτική τους: Πειραματισμός με φοιτητές-πιθανούς αυριανούς δασκάλους της Β'βάθμιας εκπαίδευσης*

4.4 Ε. Δημητριάδου: *Η αποτελεσματικότητα των μαθητών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε στοιχειώδεις γεωμετρικές κατασκευές*

4.5 Π. Στράντζαλος: *Μια καινούργια προσέγγιση της διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Α' Λυκείου*

4.6 Α. Στράντζαλος: *Μια πρόταση “Αλλαγής Πλαισίου” στις συλλογιστικές διαδικασίες της Ευκλείδειας Γεωμετρίας του Λυκείου, με αφορμή μέρος του έργου “περί επιπέδων ισορροπιών” του Αρχιμήδη*

4.7 Χ. Μιτσούλλη: *Τί έμαθε ένας δάσκαλος και οι μαθητές του της 1^{ης} τάξης του 5^{ου}*

γυμνάσιου Ρόδου σε ένα μάθημα πάνω στην έννοια της γωνίας με την χρήση συγκεκριμένων χειροπιαστών αντικειμένων

4.8 Β. Γεωργιάδου-Καμπουρίδη & Χρ.Μπάκας: *Αναλύοντας μια πειραματική διδασκαλία γεωμετρίας στην Ε τάξη Δημοτικού*

4.9 E. Saucan: *Μια θέση για την Διαφορική Γεωμετρία; (περίληψη)*