

**4η ΔΙΗΜΕΡΙΔΑ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
(με διεθνή συμμετοχή)**

**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ Δ.Ε.
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ - ΣΑΒΒΑΤΟ 22 & 23 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2005

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ ΓΑΛΛΟΥ ΡΕΘΥΜΝΗΣ

ΑΜΦΙΘΕΑΤΡΑ Δ6, Δ7, Γ2

ΘΕΜΑΤΙΚΟΙ ΑΞΟΝΕΣ

*Διδακτική της Γεωμετρίας
Διδασκαλία και μάθηση της Στατιστικής και
των Πιθανοτήτων
Η σχέση Μαθηματικών και Φυσικής:
Διδακτικά ζητήματα
Διδακτική αξιοποίηση της Ιστορίας και της
Επιστημολογίας των Μαθηματικών
Εναλλακτικές μορφές διδασκαλίας των
Μαθηματικών
Η αποτυχία στα Μαθηματικά*

ΠΡΟΣΚΕΚΛΗΜΕΝΟΙ ΟΜΙΛΗΤΕΣ

F. Furinghetti

C. Hoyles & R. Noss

F. Pluvinage

G. Schubring

Πληροφορίες:

<http://www.edc.uoc.gr/4colloquium>,

Κ. Τζανάκης, τηλ. 28310-77629, 2810-822591

e-mail: tzanakis@edc.uoc.gr

Επιστημονική επιτροπή

- Arcavi A.*, Dep. of Science Teaching, Weizmann Institute of Science, Israel
- Barbin E.*, Université de Nantes, IREM-Centre F. Viète, France
- Γαγάτσος Α.*, Τμήμα Επιστημών Αγωγής, Παν/μιο Κύπρου.
- Γιαμαλίδου Μ.*, Δρ. Ιστορίας των Επιστημών
- Duval R.*, I.U.F.M., Université de Lille 1, France
- Elidrissi A.*, Ecole Normale Supérieure, Morocco
- Ζαχαριάδης Θ.*, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών
- Ζορμπαλά Κ.*, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
- Θωμαΐδης Ι.*, Δρ Διδακτικής Μαθηματικών, Θεσσαλονίκη.
- Isoda M.*, Institute of Education, University of Tsukuba, Japan
- Καλαβάσης Φ.*, Τ.ΕΠ.Α.Ε.Σ., Παν/μιο Αιγαίου.
- Καλδρυμίδου Μ.*, Π.Τ.Ν. Παν/μιο Ιωαννίνων.
- Καστάνης Ν.*, Μαθηματικό Τμήμα, Παν/μιο Θεσσαλονίκης
- Κούρκουλος Μ.*, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Κρήτης.
- Κουρουγιώτης Χ.*, Μαθηματικό Τμήμα Παν/μιο Κρήτης.
- Kronfellner M.*, Technische Universität Wien, Austria
- Λάμπρου Μ.*, Μαθηματικό Τμήμα, Παν/μιο Κρήτης.
- Λεμονίδης Χ.*, Π.Τ.Δ.Ε. Φλώρινας, Παν/μιο Θεσσαλονίκης
- Μακράκης Β.*, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Κρήτης
- Milkova E.*, Dep. of Informatics, University of Hradec Kralove, Czech Republic
- Μιχαηλίδης Π.*, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Κρήτης.
- Νεγρεπόντης Σ.*, Μαθηματικό Τμήμα, Παν/μιο Αθηνών.
- Παπασταυρίδης Σ.*, Μαθηματικό Τμήμα, Παν/μιο Αθηνών.
- Pluvinage F.*, Université L. Pasteur de Strasbourg, France
- Πόταρη Δ.*, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Πατρών.
- Radford L.*, Ecole des Sciences de l' Education, Laurentian University, Canada
- Rauscher J-C.*, I.U.F.M d' Alsace, France
- Σακονίδης Χ.*, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Θράκης
- Siu M-K.*, Department of Mathematics, University of Hong-Kong, China
- Τζανάκης Κ.*, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Κρήτης.
- Τζεκάκη Μ.*, Π.Τ.Ν. Παν/μιο Θεσσαλονίκης.
- Τριανταφυλλίδης Τ.*, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
- Τρούλης Γ.*, Π.Τ.Δ.Ε. Παν/μιο Κρήτης.
- FitzSimons G.*, Monash University, Victoria, Australia
- Χατζηκυριάκου Κ.*, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Οργανωτική επιτροπή

Ι. Πυργιωτάκης Πρόεδρος ΠΤΔΕ

Μ. Κούρκουλος

Κ. Τζανάκης

Γ. Τρούλης

Γ. Αναγνωστάκης

Ν. Ανδρεαδάκης

Θ. Ζαρκάδη

Π. Ιωακειμίδης

Μ. Καλαϊτζιδάκη

Ν.. Καρατάσος

Λ. Καρβούνης

Ε. Μανταδάκης

Ε. Νικολιδάκης

Γ. Περικλειδάκης

Ε. Φωσκόλου

Γ. Χαλεπάκη

Μ. Χαλεπάκη

4^η ΔΙΗΜΕΡΙΔΑ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
(με διεθνή συμμετοχή)

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ Δ.Ε.
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ - ΣΑΒΒΑΤΟ 22 & 23 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2005

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ ΓΑΛΛΟΥ ΡΕΘΥΜΝΗΣ

ΑΜΦΙΘΕΑΤΡΑ Δ7, Δ6, Γ2

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ & ΠΕΡΙΛΗΨΕΙΣ ΟΜΙΛΙΩΝ

ΤΙΤΛΟΙ ΚΕΝΤΡΙΚΩΝ ΟΜΙΛΙΩΝ

(με υπογράμμιση εμφανίζεται το όνομα του συγγραφέα ή των συγγραφέων που κάνουν την προφορική παρουσίαση)

Θα υπάρχει ταυτόχρονη μετάφραση κάθε κεντρικής ομιλίας

Fulvia Furinghetti & Annamaria Somaglia: Η ιστορία των μαθηματικών και η εκπαίδευση των εκπαιδευτικών στην πράξη: Μία μελέτη περίπτωσης

Celia Hoyles & Richard Noss: Σχεδιάζοντας Μαθηματικά Περιβάλλοντα Μάθησης για Συνεργασία από Απόσταση

François Pluvinage: Μαθηματικά από μία διδακτική σκοπιά

Gert Schubring: Γενικεύοντας την έννοια του πολλαπλασιασμού – Επιστημολογικές συνέπειες της σχέσης μεταξύ ποσότητας και αριθμού

ΤΙΤΛΟΙ ΟΜΙΛΙΩΝ ΣΤΙΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΣΥΝΕΔΡΗΣΕΙΣ

(με υπογράμμιση εμφανίζεται το όνομα του συγγραφέα ή των συγγραφέων που κάνουν την προφορική παρουσίαση)

X. Ανδρόνη, E. Δημητρακοπούλου, K. Ζαχάρος: Κοινωνικές και πολιτισμικές παράμετροι της αποτυχίας στα μαθηματικά στο νηπιαγωγείο

M. Anido, M. Guzmán, R. Katz: Η κατανόηση της έννοιας του διανύσματος ως αντικείμενο της «διδασκτικής μηχανικής» (στα Αγγλικά)

M. Barabash: Διδακτική της γεωμετρίας στο σχολείο βασισμένη στη συστηματική γνώση των εκπαιδευτικών γύρω από μια σχετική γεωμετρική θεωρία (στα Αγγλικά)

E. Βασιλάκη, A. Σπυριδάκης, Γ. Σταμέλος, E. Γιαχνάκης, Γ. Κανέλλος: Άγχος Αξιολόγησης και Μεταγνωστικές Δεξιότητες

L. Venegas: Μία ενδεχόμενη απάντηση για την έλλειψη κινήτρων σε ότι αφορά τα Μαθηματικά (στα Γαλλικά)

R. Bkouche: Η Γεωμετρία ανάμεσα στα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες (στα Γαλλικά)

M. Bonacina, A. Haidar, M. Quiroga, E. Sorribas, C. Teti, G. Pavan: Διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών και η ανάπτυξη “κοινωνικομαθηματικών” κανόνων (στα Αγγλικά)

C. Bonotto: Να μαθηματοποιήσουμε την καθημερινότητα ή να «κάνουμε καθημερινότητα» τα μαθηματικά; (στα Αγγλικά)

B. Γεωργιάδου-Καμπουρίδη & Χρ.Μπάκας: Αναλύοντας μια πειραματική διδασκαλία γεωμετρίας στην Ε τάξη Δημοτικού

I. Γεωργίου, M. Καίσαρη, T. Πατρόνης: Το Διάνυσμα, το Παραλληλόγραμμο, οι Μετασχηματισμοί και η Διδακτική τους: Πειραματισμός με φοιτητές-πιθανούς αυριανούς δασκάλους της Β΄βάθμιας εκπαίδευσης

J.L. Galán, M.A. Galán, A. Gálvez, A.J. Jiménez, Y. Padilla, P. Rodríguez: Προγραμματισμός με CAS σαν μια εναλλακτική μέθοδος διδασκαλίας των Μαθηματικών σε μηχανικούς (στα Αγγλικά)

Z. Gooya & B. Z. Zangeneh: Πώς οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται τη διδασκαλία της γεωμετρίας στο Ιράν (στα Αγγλικά)

E. Δημητριάδου: Η αποτελεσματικότητα των μαθητών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε στοιχειώδεις γεωμετρικές κατασκευές

D. Escobar: Διδασκαλία πιθανοτήτων και στατιστικής για διαφορετικές επιστήμες (στα Αγγλικά)

E. Θεοδώρου & X. Λεμονίδης: Εθνομαθηματικά και Γεωμετρία: μια νέα διαθεματική πρόταση για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού

Γ. Θωμάϊδης, M. Σταφυλίδου: Μια έρευνα για τις προοπτικές και δυνατότητες της διαθεματικής διδασκαλίας: Η περίπτωση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Α΄ Λυκείου

S. Igliori, L.F. Godoy: Μια μελέτη των παραγόντων που συνδέονται με τις δυσκολίες στην κατανόηση της έννοιας της παραγώγου (στα Αγγλικά)

M. Καλδρυμίδου, M. Τζεκάκη, X. Σακονίδης: Η διαχείριση των μαθηματικών νοημάτων στη σχολική τάξη

M. Κούρκουλος, E. Μανταδάκης: Στοιχεία για την συμπεριφορά φοιτητών των επιστημών αγωγής όσον αφορά στην κατανόηση της έννοιας της διασποράς στα πλαίσια της περιγραφικής στατιστικής

X. Λεμονίδης & M. Χατζηλιαμή: Τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της οικογένειας και οι αριθμητικές γνώσεις των νηπίων

Π. Λιναρδάκης: Διδακτική των Μαθηματικών και λεξικογραφία

C. Maranhão, L. Martinelli, S. Sentelhas: Γνώση των σχέσεων διάταξης στο Λύκειο (στα Αγγλικά)

X. Μιτσούλλης: Τί έμαθε ένας δάσκαλος και οι μαθητές του της 1^{ης} τάξης του 5^{ου} γυμνασίου Ρόδου σε ένα μάθημα πάνω στην έννοια της γωνίας με την χρήση συγκεκριμένων χειροπιαστών αντικειμένων

N. Μουσουλίδης, M. Πιττάλης, K. Χρίστου: Ανάπτυξη ενός παρεμβατικού προγράμματος για τη διδασκαλία της επίλυσης μαθηματικού προβλήματος

K. Νικολαντωνάκης: Η πράξη του Πολλαπλασιασμού στο πλαίσιο ενός προγράμματος επιμόρφωσης Δασκάλων Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης

G. Noël: Η χρήση των πιθανοτήτων στη διδασκαλία των Μαθηματικών ως κατάλληλη πηγή προβλημάτων (στα Αγγλικά)

R. Onodenko & P. Tsamir: Πιθανές αιτίες αποτυχίας κατά το χειρισμό της έννοιας του σημείου καμπής (στα Αγγλικά)

M. E. Paradise: Ενισχυτική Εκπαίδευση στα Μαθηματικά (στα Αγγλικά)

Γ. Περικλειδάκης: Η κατανόηση και επίλυση λεκτικών προβλημάτων από τους μαθητές του Δημοτικού σχολείου με μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά: Μια πειραματική διδασκαλία

Γ. Πολυζώης: Σχεδιασμός μιας διδακτικής παρέμβασης, με τη βοήθεια λογισμικού, σε προβλήματα πλοήγησης, κατάλληλα για παιδιά ηλικίας 5-7 ετών

C. Sárvári: Πρακτικές, επιστημολογικές και ευρετικές αξίες στην εμπλουτισμένη με CAS μαθηματική εκπαίδευση (στα Αγγλικά)

E. Saucan: Μια θέση για τη Διαφορική Γεωμετρία; (στα Αγγλικά)

A. Στράντζαλος: Μια πρόταση “Αλλαγής Πλαισίου” στις συλλογιστικές διαδικασίες της Ευκλείδειας Γεωμετρίας του Λυκείου, με αφορμή μέρος του έργου “περί επιπέδων ισορροπιών” του Αρχιμήδη

Π. Στράντζαλος: Μια καινούργια προσέγγιση της διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Α' Λυκείου

D. Tanguay: Μία πειραματική διερεύνηση όσον αφορά στην εκμάθηση της απαγωγικής δομής στην απόδειξη (στα Γαλλικά)

Γ. Μ. Τρούλης: Διαθεματικότητα και Μαθηματικά: Παραδείγματα μοντελοποίησης

Γ. Χαλεπάκης: Δυνατότητες και συμπεριφορά των μαθητών της ΣΤ' τάξης σε σχέση με τα κριτήρια εκτίμησης και έλεγχου του μεγέθους των αποτελεσμάτων των πράξεων

ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΟΜΙΛΙΕΣ ΠΡΟΣΚΕΚΛΗΜΕΝΩΝ ΟΜΙΛΗΤΩΝ: ΠΕΡΙΛΗΨΕΙΣ

The history of mathematics and teacher education in practice: a case study

Fulvia Furinghetti, Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova, furinghe@dima.unige.it
Annamaria Somaglia, Liceo Scientifico 'Convitto C. Colombo', Genova, Italy

In this paper we consider the problem of the existing prospective teachers' beliefs about the teaching of mathematics, in particular, their belief that it is ineluctable to reproduce in their teaching practice the style of mathematics teaching they have seen in their school days. We think that the prospective teachers need of a lens allowing them to look at the topics they will teach in a different manner. This lens may be provided by the history of mathematics. In this paper we shall discuss an example of constructing a teaching sequence in algebra through the history that was carried out in the laboratory of mathematics education within the frame of a course for prospective teachers. The particular conditions of our experiment, notably the fact that our prospective teachers had not a specific preparation on the history of mathematics, allow to outline chances and caveats of the use of history in teacher training.

Η ιστορία των μαθηματικών και η εκπαίδευση των εκπαιδευτικών στην πράξη: Μία μελέτη περίπτωσης

Fulvia Furinghetti, Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova, furinghe@dima.unige.it
Annamaria Somaglia, Liceo Scientifico 'Convitto C. Colombo', Genova, Italy

Στην παρούσα εργασία θα αναφερθούμε στις υπάρχουσες αντιλήψεις των μελλοντικών εκπαιδευτικών σχετικά με την διδασκαλία των Μαθηματικών και ειδικότερα, την πεποίθησή τους ότι είναι αναπόφευκτη η αναπαραγωγή στην διδακτική τους πρακτική του τρόπου διδασκαλίας των Μαθηματικών που συνάντησαν στα σχολικά τους χρόνια. Θεωρούμε ότι οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί χρειάζονται ένα φακό που θα τους επιτρέψει να δουν με διαφορετικό τρόπο τα θέματα που θα διδάξουν. Αυτός ο φακός μπορεί να παρασχεθεί από την ιστορία των Μαθηματικών. Στην παρούσα εργασία θα συζητήσουμε ένα παράδειγμα κατασκευής μιας διδακτικής ακολουθίας στην άλγεβρα βασισμένης στην ιστορία, που σχεδιάστηκε στο εργαστήριο μαθηματικής εκπαίδευσης στο πλαίσιο ενός μαθήματος για μελλοντικούς εκπαιδευτικούς. Οι επί μέρους συνθήκες του πειράματός μας, ιδιαίτερα το γεγονός ότι οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν δεν είχαν καμία ιδιαίτερη προπαρασκευή στην ιστορία των Μαθηματικών, επιτρέπουν την σκιαγράφιση τις δυνατότητες και τα όρια της χρήσης της ιστορίας στην εκπαίδευση των εκπαιδευτικών.

Designing Mathematical Learning Environments for Collaboration at a Distance

Celia Hoyles & Richard Noss, School of Mathematics, Science and Technology,
Institute of Education, University of London UK, c.hoyles@ioe.ac.uk r.noss@ioe.ac.uk

Drawing on examples and insights derived from the EU-funded project, WebLabs, we focus on a set of epistemological and didactical issues, which arise in the context of students in different countries designing, building and sharing models of their evolving mathematical knowledge. WebLabs has built sets of working (re)programmable tools through which students have been able to explore mathematical ideas and share them through specially designed WebReports.

Σχεδιάζοντας Μαθηματικά Περιβάλλοντα Μάθησης για Συνεργασία από Απόσταση

Celia Hoyles & Richard Noss, School of Mathematics, Science and Technology,
Institute of Education, University of London UK, c.hoyles@ioe.ac.uk r.noss@ioe.ac.uk

Βασίζομενοι σε παραδείγματα και γνώσεις που προκύπτουν από το πρόγραμμα Weblabs που χρηματοδοτείται από την Ε.Ε., επικεντρωνόμαστε σ' ένα σύνολο επιστημολογικών και διδακτικών θεμάτων, τα οποία ανακύπτουν στο περιβάλλον των φοιτητών από διαφορετικές χώρες που σχεδιάζουν, κατασκευάζουν και μοιράζονται τα μοντέλα της υπό εξέλιξη μαθηματικής γνώσης τους. Το Weblabs έχει κατασκευάσει σύνολα από επαναπρογραμματιζόμενα εργαλεία εργασίας μέσω των οποίων οι φοιτητές έχουν γίνει ικανοί να διερευνήσουν μαθηματικές ιδέες και να τις μοιράζονται μέσα από ειδικά σχεδιασμένα WebReports.

Mathématiques d'un point de vue didactique

François Pluvineg Département des Mathématiques, Université L. Pasteur de Strasbourg, France,
pluvin@math.u-strasbg.fr

Je résume ci-après la présentation que j'envisage.

- 1 - Introduction: la différence de vision selon que l'on considère une question de mathématiques pour l'étudier en elle-même ou que l'on envisage de l'inclure dans un enseignement.
- 2 - Quelques principes généraux a propos de didactique des mathématiques (Freudenthal, Brousseau, Artigue, Duval).
- 3 - A propos de la place des élèves, un exemple d'évolution d'un projet associant géométrie dans l'espace et fonctions, depuis son étude a priori jusqu'a sa présentation définitive dans le cadre d'une vidéoconférence.
- 4 - Exemple d'une analyse a priori non encore (véritablement) expérimentée: a choisir entre la transformation de Bronner et la trisectrice de Maclaurin (les deux conduisent, entre autres, a envisager l'étude de polynômes de degré trois).

Μαθηματικά από μία διδακτική σκοπιά

François Pluvineg, Département des Mathématiques, Université L. Pasteur de Strasbourg, France,
pluvin@math.u-strasbg.fr

Τα κατωτέρω αποτελούν την περίληψη της παρουσίασης που θα πραγματοποιηθεί:

1. Εισαγωγή: η διαφορά θεώρησης που υπάρχει ανάμεσα στην εξέταση μίας μαθηματικής ερώτησης όταν μελετάται καθεαυτή, ως προς την περίπτωση όπου τούτη εξετάζεται προκειμένου να αποτελέσει μέρος μιας διδασκαλίας.
2. Κάποιες γενικές αρχές που αφορούν την διδακτική των μαθηματικών (Freudenthal, Brousseau, Artigue, Duval).
3. Σε ό,τι αφορά την θέση των μαθητών, ένα παράδειγμα εξέλιξης ενός σχεδίου που συνδέει την γεωμετρία του χώρου και τις συναρτήσεις, από την a priori μελέτη του έως την τελική του παρουσίαση στα πλαίσια μιας τηλεδιάσκεψης (videoconference).
4. Παράδειγμα μιας a priori ανάλυσης που δεν έχει ακόμα διερευνηθεί πειραματικά: η επιλογή ανάμεσα στο μετασχηματισμό του Bronner και στην τριχοτόμο του Maclaurin (και τα δύο οδηγούν, μεταξύ άλλων, στην θεώρηση του θέματος των πολωνύμων τρίτου βαθμού).

Generalizing the concept of multiplication – Epistemological implications of the relation between quantity and number

Gert Schubring, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Bielefeld, Germany,
gert.schubring@uni-bielefeld.de

The relation between mathematics history and mathematics teaching constitutes a topic of high actual interest in research on mathematics education. In particular, there are problems inherent to the nature of mathematics and which prove to be relevant in the teaching-learning process that one hopes - sometimes in a too immediate way - to better approach by introducing knowledge from the history of mathematics. It is the concept of "epistemological obstacle" which constitutes a major focus for transposing historical knowledge to teaching. This paper analyzes potentialities and weaknesses of the concept: on the one hand, by following the establishment of this concept within didactical theories, and on the other hand by analyzing processes of historical development within mathematics. New results from research on the concept of multiplication reveal hitherto unknown "ruptures" in mathematical development so that immediate transfers from history to the classrooms should be avoided.

Γενικεύοντας την έννοια του πολλαπλασιασμού – Επιστημολογικές συνέπειες της σχέσης μεταξύ ποσότητας και αριθμού

Gert Schubring, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Bielefeld, Germany,
gert.schubring@uni-bielefeld.de

Η σχέση της ιστορίας των μαθηματικών και της διδασκαλίας των μαθηματικών συνιστά θέμα μεγάλου ενδιαφέροντος σήμερα στα πλαίσια της έρευνας στην μαθηματική εκπαίδευση. Ειδικότερα, υπάρχουν προβλήματα ενδογενή στην φύση των μαθηματικών, τα οποία αποδεικνύεται ότι έχουν σημασία στην διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης, που ελπίζει κανείς – μερικές φορές μ' ένα πολύ άμεσο τρόπο – ότι θα προσεγγίσει καλλίτερα με την βοήθεια γνώσεων από την ιστορία των μαθηματικών. Η έννοια του «επιστημολογικού εμποδίου» συνιστά ένα μείζον

σημείο εστίασης για την μεταφορά ιστορικών γνώσεων στη διδασκαλία. Η παρούσα εργασία αναλύει τις δυνατότητες και τις αδυναμίες της έννοιας αυτής: αφ' ενός ακολουθώντας την καθιέρωση της έννοιας αυτής στο πλαίσιο διδακτικών θεωριών και αφ' ετέρου αναλύοντας διαδικασίες της ιστορικής εξέλιξης στο πλαίσιο των μαθηματικών. Νέα αποτελέσματα ερευνών σχετικά με την έννοια του πολλαπλασιασμού αναδεικνύουν άγνωστες «ρήξεις» στην μαθηματική εξέλιξη, σε τρόπον ώστε να πρέπει να αποφεύγονται άμεσες μεταφορές από την ιστορία στην τάξη.

ΠΕΡΙΛΗΨΕΙΣ ΟΜΙΛΙΩΝ ΣΤΙΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΣΥΝΕΔΡΙΕΣ

Κοινωνικές και πολιτισμικές παράμετροι της αποτυχίας στα μαθηματικά στο νηπιαγωγείο

X. Ανδρόνη, Ε. Δημητρακοπούλου, Κ. Ζαχάρος Πανεπιστήμιο Πάτρας, zacharos@upatras.gr

Στη έρευνα που παρουσιάζεται εδώ μαθητές και μαθήτριες Προσχολικής Εκπαίδευσης που ανήκουν σε δύο διαφορετικές κοινωνικές και πολιτισμικές ομάδες (τσιγγάνοι και μη-τσιγγάνοι) συμμετέχουν σε ατομικές συνεντεύξεις και επιχειρούν να απαντήσουν σε έργα με μαθηματικό περιεχόμενο. Με τα προτεινόμενα έργα επιδιώκουμε να διερευνήσουμε τις ικανότητες των παιδιών να αντιμετωπίσουν τα συγκεκριμένα έργα καθώς και τις στρατηγικές δράσης που αναπτύσσονται. Επιπλέον, να εντοπίσουμε πιθανές διαφοροποιήσεις στις επιδόσεις και στις μαθησιακές συμπεριφορές των δύο ομάδων μαθητών.

The comprehension of the concept of vector as a didactical engineering object

M. Anido, M. Guzmán, R. Katz

Universidad Nacional de Rosario-Argentina, Universidad Tecnológica Nacional -Argentina
anidom@fceia.unr.edu.ar guzmartha@yahoo.com rdkatz@fceia.unr.edu.ar

Both from reported research and from our own experience, we have noticed that the main difficulty of students in understanding the essential concepts and methods of Linear Algebra lies in the lack of their training to understand an axiomatic theory and the failure to perceive the need for such a theory.

Faced with this situation, we have developed and tested a proposal, within the theoretical framework of *Didactical Engineering*, for an introductory course prior to the Linear Algebra course taught to first-year students at an Engineering School. Students construct the “Euclidean vector space of arrow vectors” (free vectors in space) as a rigorous mathematical theory. The idea is to turn the geometric vector into a visual referent that will make it easier to globally understand problems requiring a higher level of abstraction.

Once the vector space has been constructed, component representations are introduced through the definition of bases in the straight line, the plane and space. Operations in \mathbf{R} , \mathbf{R}^2 and \mathbf{R}^3 are performed on the basis of implicit isomorphisms. The ultimate aim is to help the students to perceive vector spaces as powerful, general tools for use in a variety of applications.

Η κατανόηση της έννοιας του διανύσματος ως αντικείμενο της “Διδακτικής Μηχανικής”

M. Anido, M. Guzmán, R. Katz

Universidad Nacional de Rosario-Argentina, Universidad Tecnológica Nacional -Argentina
anidom@fceia.unr.edu.ar guzmartha@yahoo.com rdkatz@fceia.unr.edu.ar

Έχουμε παρατηρήσει τόσο από ερευνητικές αναφορές στο αντικείμενο όσο και από τη δική μας εμπειρία ότι η κύρια δυσκολία στην κατανόηση των απαραίτητων εννοιών και μεθόδων της Γραμμικής Άλγεβρας έγκειται στην έλλειψη εκπαίδευσης για την κατανόηση μιας αξιωματικής θεωρίας και στην αποτυχία να γίνει αντιληπτή η ανάγκη για μια τέτοια θεωρία εκ μέρους των φοιτητών. Αντιμέτωποι με μια τέτοια πραγματικότητα, έχουμε αναπτύξει και εξετάσει μια πρόταση, μέσα στο θεωρητικό πλαίσιο της “Διδακτικής Μηχανικής” (*Didactical Engineering*), για ένα εισαγωγικό μάθημα για πρωτοετείς φοιτητές σε σχολή Μηχανικών, πριν από το μάθημα Γραμμική Άλγεβρα που διδάσκεται στο πρώτο έτος. Οι φοιτητές κατασκευάζουν τον «ευκλείδειο διανυσματικό χώρο των διανυσμάτων-βελών» (ελεύθερα διανύσματα στο χώρο) ως αυστηρή μαθηματική θεωρία. Η ιδέα είναι να μετατραπεί το γεωμετρικό διάνυσμα σε οπτική αναφορά που θα κάνει ευκολότερη τη συνολική κατανόηση προβλημάτων που απαιτούν ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης.

Από τη στιγμή που κατασκευαστεί ο διανυσματικός χώρος, αναπαραστάσεις με συντεταγμένες εισάγονται μέσω του ορισμού βάσεων στην ευθεία γραμμή, το επίπεδο και το χώρο. Πράξεις στο \mathbf{R} , \mathbf{R}^2 και \mathbf{R}^3 εκτελούνται βάσει έμμεσων ισομορφισμών. Ο τελικός σκοπός είναι να αντιληφθούν οι φοιτητές τα διανύσματα χώρου ως ισχυρά, γενικά εργαλεία για χρήση σε ποικιλία εφαρμογών.

Didactics of geometry teaching at school based on teachers’ systematic knowledge of a relevant geometrical theory

M. Barabash, Achva Academic College, Israel, maritab@013.net

Structured teaching and learning of theoretical geometry is generally believed to be unattainable for the beginners, i.e. for

those students who are still at visual levels of geometrical perception. This belief has led to various attempts to teach geometry on another basis, which is almost purely empirical and do not form a consistent subject-matter foundation for future learning of deductive geometry; neither do they help in advancing the learners towards higher levels of geometrical thinking needed for the transition to the deductive geometry. What is proposed here is an outline of theoretical-geometrical knowledge, which is adjustable for beginners, on the one hand, and provides the basis for the future development of one's geometrical abilities, on the other hand. Speaking of beginners, we mean the students of math-teachers education programs for primary and secondary school, but keeping in mind their future school pupils. Thus, this approach is both a kind of "geometry to beginners", and a theoretical basis for the didactics of geometry teaching. The idea is to start teaching from purely geometrical notions, which are on the one hand easily demonstrated on handy models, such as paper folding, and on the other hand, are consistent with theoretical notions and objects of so-called synthetic Euclidean geometry.

Διδακτική της γεωμετρίας στο σχολείο βασισμένη στη συστηματική γνώση των εκπαιδευτικών γύρω από μια σχετική γεωμετρική θεωρία

M. Barabash, Achva Academic College, Israel, maritab@013.net

Η δομημένη διδασκαλία και μάθηση της θεωρητικής γεωμετρίας θεωρείται γενικά ανέφικτη για τους αρχάριους, π.χ. για εκείνους τους φοιτητές που βρίσκονται ακόμα σε οπτικά επίπεδα γεωμετρικής αντίληψης. Αυτή η πεποίθηση έχει οδηγήσει σε ποικίλες προσπάθειες για διδασκαλία της γεωμετρίας σε άλλη βάση, η οποία είναι σχεδόν καθαρά εμπειρική και δεν σχηματίζει από πλευράς θεματολογίας, μια συνεπή θεμελίωση για μελλοντική μάθηση της απαγωγικής γεωμετρίας ούτε βοηθά στην προώθηση των αρχάριων σε υψηλότερα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης που απαιτούνται για τη μετάβαση στην απαγωγική γεωμετρία. Αυτό που προτείνεται εδώ είναι ένα περίγραμμα θεωρητικής – γεωμετρικής γνώσης, που αφενός είναι προσαρμόσιμο για αρχάριους και αφετέρου παρέχει τη βάση για τη μελλοντική ανάπτυξη γεωμετρικών ικανοτήτων. Λέγοντας αρχάριους, εννοούμε τους φοιτητές των προγραμμάτων εκπαίδευσης διδασκόντων μαθηματικών για πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση, αλλά έχοντας κατά νου και τους μελλοντικούς μαθητές τους. Έτσι, αυτή η προσέγγιση είναι και ένα είδος "γεωμετρίας για αρχάριους", και μια θεωρητική βάση για τη διδακτική της γεωμετρίας. Η ιδέα είναι να ξεκινήσουμε τη διδασκαλία από καθαρά γεωμετρικές έννοιες, οι οποίες αφενός αποδεικνύονται εύκολα σε χειροπιαστά βολικά μοντέλα, όπως το δίπλωμα του χαρτιού, και αφετέρου είναι συμβατές με θεωρητικές έννοιες και αντικείμενα της λεγόμενης συνθετικής Ευκλείδειας γεωμετρίας.

Άγχος Αξιολόγησης και Μεταγνωστικές Δεξιότητες

E. Βασιλάκη Π.Τ.Δ.Ε, Πανεπιστήμιο Κρήτης, vasilaki@edc.uoc.gr

A. Σπυριδάκης, Γ. Σταμέλος, Μαθηματικοί, Καθηγητές ΜΕ

E. Γιαχνάκης, Δρ. Ιατρικής Πανεπιστημίου Κρήτης

Γ. Κανέλλος, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Το συγκεκριμένο άρθρο εστιάζεται στη σχέση διαφόρων τύπων άγχους και των μεταγνωστικών δεξιοτήτων κατά τη διάρκεια επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων. Είναι ευρέως αποδεκτό ότι το άγχος επηρεάζει την επίδοση κατά την διάρκεια επιτέλεσης γνωστικών έργων, κυρίως των δύσκολων, που απαιτούν τη χρήση γνωστικού δυναμικού για την επεξεργασία και ολοκλήρωση τους. Έχοντας αυτό το θεωρητικό υπόβαθρο κατά νου, στο ερευνητικό πρωτόκολλο που παρουσιάζεται στη συνέχεια, μελετώνται οι μεταγνωστικές δεξιότητες μαθητών/τριων με υψηλά και χαμηλά επίπεδα άγχους.

Εξετάσαμε 278 μαθητές ηλικίας 12 – 13 ετών από διαφορετικά γυμνάσια της Κρήτης. Τα μεθοδολογικά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα ακόλουθα: α) *Κλίμακα Άγχους Εξετάσεων* (Spielberger κ.α., 1979), β) *Ερωτηματολόγιο Γνωστικής Παρεμβολής* (Sarason κ.α., 1996), γ) *Κλίμακα Δομικού Άγχους και Άγχους λόγω Εξετάσεων* (Spielberger κ.α., 1970). Τα παραπάνω ψυχομετρικά εργαλεία έχουν σταθμιστεί στον ελληνικό πληθυσμό και οι παραπομπές είναι διαθέσιμες. δ) *Λίστα Μεταγνωστικών οδηγιών*, οι οποίες περιείχαν τα βήματα που έπρεπε να ακολουθήσουν οι μαθητές/τριες για να επιλύσουν τα μαθηματικά προβλήματα. Στα άτομα που συμμετείχαν στην έρευνα δόθηκαν 4 μαθηματικά προβλήματα για επίλυση. Τα προβλήματα ήταν δύο κατηγοριών: χρόνος - διάστημα και κλάσματα – ποσοστά. Τα δύο εξ αυτών τα έλυσαν με όποιο τρόπο ήθελαν. Τα άλλα δύο τα έλυσαν ακολουθώντας τις μεταγνωστικές νύξεις που τους δώσαμε. Αρχικά έγινε ο έλεγχος αξιοπιστίας των ερευνητικών εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν, ο οποίος ήταν αρκετά ικανοποιητικός. Η στατιστική ανάλυση έδειξε ότι η επίδοση των μαθητών/τριων επηρεάζεται από τις δύο διαστάσεις του άγχους αξιολόγησης, τη συναισθηματικότητα και την ανησυχία, καθώς και από τη γνωστική παρεμβολή. Τα αποτελέσματα της έρευνας ερμηνεύονται σε σχέση με άλλες έρευνες από τη διεθνή και ελληνική βιβλιογραφία.

Une réponse possible au manque de motivation envers les mathématiques

L. Venegas, Professeur de Mathématiques, Université de Los Andes, Bogota, Colombie, lvenegas@uniandes.edu.co

En Colombie les mathématiques de la secondaire jouent un rôle crucial au moment où les lycéens doivent définir ses études. À l'université de Los Andes en particulier, les Sciences Sociales, Humaines, Biologiques et de la Santé, de même que les formations Artistiques tels que l'Architecture et les Arts Plastiques doivent le nombre élevé de leurs étudiants en grande partie à l'aridité de cette discipline. En effet, les étudiants de ces domaines si variés ont souvent choisi leur carrière, animés par le désir de montrer qu'ils peuvent très bien réussir dans une des disciplines pas soumises à la dictature des formules, aux raisonnements abstraits et à la simplicité de la pensée binaire. Hélas! Ignorant que dans les études considérées comme non exactes on a tendance à croire que *la pensée logique, le langage formel et les outils mathématiques* doivent faire partie de la formation de n'importe quel professionnel, ils découvriront bientôt qu'il est impossible aujourd'hui d'échapper totalement à ce genre de taxes. Un ou deux cours de mathématiques leur donneront la bienvenue dans la première année universitaire, et les étudiants se demanderont ce qu'ils devraient faire enfin pour se débarrasser d'un pareil karma.

Après des essais dans plusieurs directions nous avons cru que le problème principal à ce propos n'est pas un déficit de bases mais plutôt un manque de motivation de la part des étudiants, contraints à subir des programmes où la rigueur logique n'arrive pas à toucher leur sensibilité. C'est pourquoi nous avons décidé de créer des cours où les mathématiques se voient insérées dans un thème qui lui-même attire l'attention des étudiants éloignés des Sciences Exactes, et à travers duquel ils ont fait appel aux concepts, aux algorithmes et aux procédés propres à la géométrie, à l'algèbre et à l'analyse.

Le nombre d'or (ou *la proportion dorée* comme on l'appelle chez nous) fournit un bon exemple d'un pareil cours, car l'architecture et la biologie, la peinture et la musique, la morphologie et la physique, l'histoire et les jeux y trouvent un endroit légitime, qui sert de contexte aux mathématiques tout comme le développement de celles-ci s'avère nécessaire à la compréhension du sujet de l'ensemble. À titre d'exemple prenons une série de Fibonacci, dont les quotients des termes consécutifs, qui tendent d'ailleurs assez vite vers le nombre d'or, servent à illustrer tantôt les oscillations des proportions du corps d'un bébé le long des années jusqu'à l'âge de sa stabilité, tantôt la disposition des feuilles d'une plante autour de la tige. Le premier cas fait intervenir les lois de la morphologie des êtres vivants et le second celles de la phyllotaxis et les deux permettent d'introduire la notion de la spirale logarithmique suggérée à partir des données.

Dans le présent article nous nous proposons de montrer les diverses composantes de ce cours : depuis l'enchaînement du contenu et le système d'évaluation jusqu'aux projets réalisés par les étudiants de différentes disciplines et des plusieurs niveaux dans leurs carrières.

Μία ενδεχόμενη απάντηση για την έλλειψη κινήτρων σε ότι αφορά τα Μαθηματικά

L. Venegas, Professeur de Mathématiques, Université de Los Andes, Bogota, Colombie, lvenegas@uniandes.edu.co

Στην Κολομβία, τα Μαθηματικά της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης παίζουν κρίσιμο ρόλο την στιγμή που οι μαθητές του Λυκείου πρέπει να καθορίσουν τις περαιτέρω σπουδές τους. Στο πανεπιστήμιο Los Andes ειδικότερα, οι κοινωνικές και οι ανθρωπιστικές επιστήμες, η Βιολογία, οι επιστήμες Υγείας καθώς και οι καλλιτεχνικές σπουδές, όπως η Αρχιτεκτονική και οι πλαστικές τέχνες οφείλουν κατά μέγα μέρος τον μεγάλο αριθμό των φοιτητών τους στην αυστηρότητα αυτού του κλάδου. Πράγματι οι φοιτητές αυτών των τόσο διαφορετικών περιοχών, συχνά επιλέγουν την μελλοντική τους καριέρα κινούμενοι από την επιθυμία να αποδείξουν ότι μπορούν να επιτύχουν σε ένα από τους κλάδους που δεν υποτάσσονται στη δικτατορία των τύπων, των αφηρημένων συλλογισμών και της απλότητας της δυαδικής σκέψης. Αλίμονο! αγνοώντας ότι στις σπουδές που δεν θεωρούνται θετικές υπάρχει η τάση να θεωρείται ότι η *λογική σκέψη, η τυπική γλώσσα και τα μαθηματικά εργαλεία* πρέπει να είναι μέρος της εκπαίδευσης κάθε επαγγελματία, θα ανακαλύψουν λίγο αργότερα ότι είναι αδύνατο σήμερα να ξεφύγουν εντελώς από αυτού του είδους τις υποχρεώσεις. Ένα ή δύο μαθήματα μαθηματικών θα τους καλωσορίσουν στο πρώτο έτος του πανεπιστημίου, και οι φοιτητές θα αναρωτιούνται τί πρέπει να κάνουν για να αποφύγουν μια τέτοια μοίρα.

Μετά από προσπάθειες σε πολλές κατευθύνσεις έχουμε πιστέψει ότι το κύριο πρόβλημα ως προς αυτό το θέμα δεν είναι ένα έλλειμμα βάσεων, αλλά περισσότερο ένα έλλειμμα κινήτρων εκ μέρους των φοιτητών, καθώς είναι υποχρεωμένοι να υποστούν προγράμματα όπου η λογική αυστηρότητα δεν κατορθώνει να αγγίξει τις ευαισθησίες τους. Γι' αυτό αποφασίσαμε να δημιουργήσουμε μαθήματα μαθηματικών όπου τα μαθηματικά εντάσσονται σ' ένα θέμα το οποίο ελκύει τους φοιτητές που είναι μακριά από τις θετικές επιστήμες, και μέσω αυτού του θέματος προσεγγίζονται οι έννοιες, οι αλγόριθμοι και οι διαδικασίες που αφορούν στην γεωμετρία, την άλγεβρα και την ανάλυση.

Η *χρυσή τομή* αποτελεί ένα καλό παράδειγμα ενός παρόμοιου μαθήματος, διότι η Αρχιτεκτονική και η Βιολογία, η ζωγραφική και η μουσική, η μορφολογία και η φυσική, η ιστορία και τα παιχνίδια, βρίσκουν σ' αυτό το θέμα μια θεμιτή περιοχή [διερεύνησης], που λειτουργεί ως συγκείμενο στα μαθηματικά, ενώ συγχρόνως η εξέλιξη των μαθηματικών αποδεικνύεται αναγκαία για την κατανόηση του όλου θέματος. Ως παράδειγμα παίρνουμε μία

ακολουθία Fibonacci, της οποίας οι λόγοι των διαδοχικών όρων, που τείνουν άλλωστε αρκετά γρήγορα προς την χρυσή τομή, χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν άλλοτε τις ταλαντώσεις των αναλογιών του σώματος ενός μωρού κατά τη διάρκεια των ετών ως την ηλικία που σταθεροποιείται, άλλοτε την τοποθέτηση των φύλλων ενός φυτού γύρω από το μίσχο. Η πρώτη περίπτωση οδηγεί στο να υπεισέλθουν οι νόμοι της μορφολογίας των ζωντανών όντων και η δεύτερη στο να υπεισέλθουν οι νόμοι της φυλλοταξίας και οι δύο δε επιτρέπουν την εισαγωγή της έννοιας της λογαριθμικής σπείρας, που υποδεικνύεται από τα δεδομένα.

Στο παρόν άρθρο θα δείξουμε τις διάφορες συνιστώσες αυτού του μαθήματος: ξεκινώντας από την άρθρωση του περιεχομένου και το σύστημα αξιολόγησης, έως τις εργασίες που πραγματοποίησαν οι φοιτητές διαφορετικών κλάδων και επιπέδων στην διάρκεια των σπουδών τους.

La Géométrie entre mathématiques et sciences physiques

R. Bkouche, Université des Sciences et Techniques de Lille, rbkouche@wanadoo.fr

Lorsque nous disons que la géométrie élémentaire se situe au carrefour des sciences mathématiques et des sciences physiques, nous signifions d'une part que les objets de la géométrie ont une origine empirique, d'autre part que leur étude relève de la méthode déductive. En cela la géométrie élémentaire peut être considérée comme participant de la physique des corps solides. La géométrie élémentaire, sous la forme que lui a donnée Euclide, apparaît ainsi comme la première étude rationnelle de phénomènes naturels (les corps solides), devenant ainsi un modèle lorsque, avec la révolution scientifique du XVII^e siècle, la physique est devenue un chapitre des mathématiques, le développement de la physique s'inscrivant dans la continuité de l'œuvre euclidienne d'une part et d'autre part pouvant être considéré comme la réalisation du programme des *Seconds Analytiques*. Une telle conception implique que l'enseignement de la géométrie élémentaire participe à la fois de l'enseignement des sciences mathématiques et de l'enseignement des sciences physiques.

Η Γεωμετρία ανάμεσα στα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες

R. Bkouche, Université des Sciences et Techniques de Lille, rbkouche@wanadoo.fr

Όταν λέμε ότι η στοιχειώδης γεωμετρία τοποθετείται στο σταυροδρόμι των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών, εννοούμε αφενός ότι τα αντικείμενα της γεωμετρίας έχουν μία εμπειρική προέλευση, και αφετέρου ότι η μελέτη τους αφορά στην απαγωγική μέθοδο.

Ως προς αυτό, η στοιχειώδης γεωμετρία μπορεί να θεωρηθεί ως συμμετέχουσα της φυσικής των στερεών σωμάτων. Η στοιχειώδης γεωμετρία, στην μορφή που της έδωσε ο Ευκλείδης, εμφανίζεται ως η πρώτη λογική μελέτη φυσικών φαινομένων (των στερεών σωμάτων), και γίνεται έτσι ένα μοντέλο όταν, με την επιστημονική επανάσταση του 17^{ου} αιώνα, η φυσική γίνεται ένα κεφάλαιο των μαθηματικών, καθώς, η φυσική αφενός εγγράφεται στην συνέχεια του Ευκλείδειου έργου και αφετέρου μπορεί να θεωρηθεί ως υλοποίηση [του έργου του Αριστοτέλη] *Αναλυτικά Ύστερα*. Μία τέτοια θεώρηση συνεπάγεται ότι η διδασκαλία της στοιχειώδους γεωμετρίας συμμετέχει συγχρόνως στην διδασκαλία των μαθηματικών και στην διδασκαλία των φυσικών επιστημών.

Mathematical teaching-learning and the development of “sociomathematical” norms

M. Bonacina, A. Haidar, M. Quiroga, E. Sorribas, C. Teti,

Facultad Ciencias Bioquímicas y Farmacéuticas – U. N. R

G. Paván, Facultad Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura – U. N. R.

Callao 842 – (2000) Rosario – Santa Fe – Argentina

E-mail: mbacuario@yahoo.com.ar

Avant-garde trends in Mathematical Education comment on the existence of a conflict between “*mathematical work*” and the “*school Mathematics*”. They also observe that to solve this, it is necessary to consider *man performing Mathematics instead of the mathematical production performed by man*.

On the other hand, the nature of the difficulties under scrutiny shows the need to search for the previously identified problem’s cause in other fields.

Thus, we have decided:

- * to focus our search on the ‘*intersubjective and sociocultural context in which every individual develops his life, its influence on the genesis of his knowledge structures and the possibility of exercising them*’;
- * to limit the scope of our investigation to the impact in the teaching of Mathematics caused by the new technologies of information, communication and calculation;
- * to set the following objectives for this first stage:
 - » searching and developing criteria, sociomathematical norms to establish a system of interpretation in order to reform practice itself.

» monitoring and interpreting the ‘theory-practice’ conflict, based on the work with materials designed on the previous stage.

We introduce in this work the results of our investigation, acknowledging the fact that the topic needs further investigation and that it might be the ultimate reason for such a widespread school failure.

Διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών και η ανάπτυξη “κοινωνικομαθηματικών” κανόνων

M. Bonacina, A. Haidar, M. Quiroga, E. Sorribas, C. Teti,

Facultad Ciencias Bioquímicas y Farmacéuticas – U. N. R

G. Paván, Facultad Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura – U. N. R.

Callao 842 – (2000) Rosario – Santa Fe – Argentina

E-mail: mbacuario@yahoo.com.ar

Πρωτοποριακές τάσεις στη Μαθηματική εκπαίδευση σχολιάζουν την ύπαρξη μιας διαμάχης ανάμεσα στη “μαθηματική εργασία” και στα “σχολικά Μαθηματικά”. Επίσης παρατηρούν ότι για την επίλυση αυτής της διαμάχης, είναι απαραίτητη η θεώρηση ότι *ο άνθρωπος εκτελεί Μαθηματικά αντί της μαθηματικής παραγωγής που εκτελείται από τον άνθρωπο*.

Από την άλλη, η φύση των υπό διερεύνηση δυσκολιών δείχνει την ανάγκη να ψάξει κανείς για την προηγούμενως προσδιορισθείσα αιτία του προβλήματος σε άλλους τομείς.

Έτσι, αποφασίσαμε:

- * να εστιάσουμε την έρευνά μας στο “*διυποκειμενικό και κοινωνικοπολιτιστικό συγκείμενο στο οποίο κάθε άτομο αναπτύσσει τη ζωή του, την επίδρασή του στη γέννηση των γνωστικών δομών του και στην πιθανότητα εξάσκησής τους*”
- * να περιορίσουμε το σκοπό της έρευνας μας στην επίδραση που έχουν οι νέες τεχνολογίες της πληροφορίας, επικοινωνίας και υπολογισμού στη διδασκαλία των Μαθηματικών.
- * να θέσουμε τους ακόλουθους στόχους γι’ αυτό το πρώτο στάδιο:
 - » αναζήτηση και ανάπτυξη κριτηρίων, κοινωνικομαθηματικών κανόνων για να ορίσουμε ένα σύστημα ερμηνείας προκειμένου να μετασχηματιστεί η ίδια η πρακτική.
 - » Έλεγχος και ερμηνεία της σύγκρουσης μεταξύ “θεωρίας – πράξης”, με βάση την εργασία με το υλικό που σχεδιάστηκε στο προηγούμενο στάδιο.

Σ’ αυτή την εργασία παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της έρευνάς μας, αναγνωρίζοντας το γεγονός ότι το θέμα χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση και ότι θα μπορούσε να είναι εν τέλει ο βασικός λόγος για την ευρύτατη σχολική αποτυχία.

Mathematizing the everyday or ‘everydaying’ mathematics?

C. Bonotto Department of Pure and Applied Mathematics, University of Padova, Italy
bonotto@math.unipd.it

In this paper we will present preliminary results of a study which is part of an ongoing research project aimed at showing how the use of suitable cultural artefacts can play a fundamental role in bringing students’ out-of-school reasoning experiences into play, by creating a new tension between school mathematics and everyday-life knowledge with its incorporated mathematics. In this study we decided to use as cultural artefact a weekly TV guide issued as a supplement of a well-known daily paper in order i) to extend students’ capacity to calculate from base 10 to base 12, 24 or 60, ii) to develop the concept of equivalence between time intervals expressed in different ways (days, hours, minutes), iii) to introduce informally the concept of fractions. Besides the use of suitable cultural artefacts and the application of a variety of complementary, integrated and interactive instructional techniques, the teaching/learning environment designed and implemented in this study is characterized by an attempt to establish a new classroom culture also through new socio-mathematical norms. The focus is on fostering a mindful approach toward realistic mathematical modelling, which is both, real world-based and quantitatively constrained sense making.

Να μαθηματοποιήσουμε την καθημερινότητα ή να «κάνουμε καθημερινότητα» τα μαθηματικά;

C. Bonotto Department of Pure and Applied Mathematics, University of Padova, Italy
bonotto@math.unipd.it

Σ’ αυτό το άρθρο θα παρουσιάσουμε τα προκαταρκτικά αποτελέσματα μιας μελέτης η οποία αποτελεί μέρος ενός τρέχοντος ερευνητικού προγράμματος που στοχεύει στο να δείξει πώς η χρήση κατάλληλων πολιτιστικών χειροποίητων αντικειμένων μπορεί να διαδραματίσει ένα θεμελιώδη ρόλο στο να ενεργοποιήσει τις εξωσχολικές

εμπειρίες συλλογισμού των μαθητών στο παιχνίδι, δημιουργώντας μια νέα διάσταση ανάμεσα, στα σχολικά μαθηματικά και στη γνώση της καθημερινής ζωής με τα ενσωματωμένα σ' αυτήν μαθηματικά. Σ' αυτή τη μελέτη αποφασίσαμε να χρησιμοποιήσουμε ως πολιτιστικό αντικείμενο ένα εβδομαδιαίο οδηγό τηλεόρασης που εκδόθηκε ως συμπλήρωμα μιας γνωστής καθημερινής εφημερίδας με σκοπό i) να επεκτείνουμε την ικανότητα των μαθητών να υπολογίζουν από το δεκαδικό σύστημα σε σύστημα με βάση 12, 24 ή 60, ii) να αναπτύξουμε την έννοια της ισοδυναμίας χρονικών διαστημάτων εκφρασμένων με διαφορετικούς τρόπους (μέρες, ώρες, λεπτά), iii) να εισάγουμε ανεπίσημα την έννοια των κλασμάτων. Εκτός από τη χρήση κατάλληλων πολιτιστικών αντικειμένων και την εφαρμογή ποικίλων συμπληρωματικών, ενσωματωμένων και αλληλεπιδραστικών διδακτικών τεχνικών, το περιβάλλον διδασκαλίας/μάθησης που σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε σ' αυτή τη μελέτη χαρακτηρίζεται από μια προσπάθεια να καθιερωθεί μια νέα κουλτούρα στην τάξη μέσω και νέων κοινωνικο-μαθηματικών κανόνων. Το επίκεντρο βρίσκεται στην καλλιέργεια μιας προσεκτικής προσέγγισης με στόχο ένα ρεαλιστικό μαθηματικό μοντέλο, το οποίο είναι, αφ' ενός βασισμένο στον πραγματικό κόσμο, και αφ' έτερου κατανοητό ποσοτικά.

Αναλύοντας μια πειραματική διδασκαλία γεωμετρίας στην Ε τάξη Δημοτικού

B. Γεωργιάδου-Καμπουρίδη, MSc in Mathematics Education, Σχολική Σύμβουλος Π.Ε., ssadel@sch.gr
Χρ.Μπάκας, Εκπαιδευτικός Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης, Αναγνώστου Μάντακα 111, 73136, Χανιά

Στην παρούσα εργασία αναλύεται μια διδακτική παρέμβαση σε μια Ε τάξη δημοτικού για τη διδασκαλία εμβαδού επιπέδου σχήματος που στηρίζεται σε ένα ανοιχτό πρόβλημα. Δημιουργείται ένα μαθησιακό περιβάλλον, όπου δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να αναπτύξουν διαφορετικές προσεγγίσεις επίλυσης άλλοτε χρησιμοποιώντας πρότερες γνώσεις και εμπειρίες και άλλοτε αυτοσχεδιάζοντας. Στην ανάλυση επιχειρείται ο προσδιορισμός και ο σχολιασμός γενικών και ειδικών χαρακτηριστικών των διαφορετικών προσεγγίσεων -λύσεων των παιδιών σε ό,τι αφορά το μαθηματικό περιεχόμενο. Επιπλέον, εξετάζονται οι παράγοντες που ευνόησαν τη δημιουργία των προσεγγίσεων και οι πιθανές προεκτάσεις της διδακτικής παρέμβασης.

Το Διάνυσμα, το Παραλληλόγραμμο, οι Μετασχηματισμοί και η Διδακτική τους: Πειραματισμός με φοιτητές-πιθανούς αυριανούς δασκάλους της Β'βάθμιας εκπαίδευσης

I. Γεωργίου, Μ. Καίσαρη, Τ. Πατρώνης, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Πατρών,
mkaisari@master.math.upatras.gr

Όσον αφορά τη διδασκαλία μιας μαθηματικής έννοιας (ή θεωρίας) σε κάποια από τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, δημιουργούνται κάποια ιδιαίτερα ερωτήματα, όπως π.χ. ποια είναι τα αποτελέσματα της διδασκαλίας ή/και οι αυθόρμητες αντιλήψεις στους φοιτητές-αυριανούς δασκάλους των Μαθηματικών, γύρω από την ίδια έννοια (ή θεωρία) ή ακόμα, πώς συνδέεται η γνώση αυτή με το υπόλοιπο «σώμα» των μαθηματικών γνώσεων των φοιτητών. Σε μια απόπειρα απάντησης στα ερωτήματα αυτά έγινε μια συγκριτική μελέτη μορφών διδασκαλίας, με τη βοήθεια δύο διδακτικών πειραμάτων σχετικών με τη θεώρηση της σχολικής γνώσης των παραλληλογράμμων και του λεγόμενου *Θεωρήματος του Θαλή*, από τη σκοπιά της Ομοπαραλληλικής Γεωμετρίας. Τα πειράματα αυτά πραγματοποιήθηκαν στον ίδιο πανεπιστημιακό χώρο (Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Πατρών), αλλά σε διαφορετικούς χρόνους και με διαφορετική μορφή. Στο πρώτο πείραμα, η διδασκαλία έγινε παραδοσιακά και περιλάμβανε κυρίως τα στοιχεία της θεωρίας των Ομοπαραλληλικών Χώρων. Στο δεύτερο πείραμα, εφαρμόζοντας τη διδακτική μέθοδο Project, αναθέσαμε σε ομάδες φοιτητών να αναδιοργανώσουν τη δομή της ύλης των κεφαλαίων του σχολικού βιβλίου που αναφέρονται στα παραλληλόγραμμα και το *Θεώρημα του Θαλή*, χρησιμοποιώντας γεωμετρικούς μετασχηματισμούς και κάποια συγκεκριμένα στοιχεία από την Ομοπαραλληλική Γεωμετρία του Επιπέδου. Η διδασκαλία που εφαρμόστηκε στο πρώτο πείραμα ξέφυγε από τα γνώριμα για τους φοιτητές μονοπάτια και τους προκάλεσε να σκεφτούν, αν και κατέληξε σε μια μάλλον μηχανιστική χρήση της Αρχής του Chasles. Το δεύτερο πείραμα έκανε φανερό ότι οι φοιτητές έχουν ελάχιστη εμπειρία από τη μέθοδο project, γι' αυτό και δεν κατάφεραν να αξιοποιήσουν όλα τα στοιχεία που προσφέρει αυτή η μέθοδος και αναζήτησαν συχνά βοήθεια, άμεσα ή έμμεσα. Παρ' όλ' αυτά, οι φοιτητές οδηγήθηκαν στη μελέτη διαφορετικών περιοχών των Μαθηματικών και ενθαρρύνθηκε η μεταξύ τους αλληλεπίδραση.

Programming with CAS as an alternative method of teaching mathematics in engineering

J.L. Galán, M.A. Galán, A. Gálvez, A.J. Jiménez, Y. Padilla, P. Rodríguez,
Department of Applied Mathematics, University of Málaga, Spain, jl_galan@uma.es, prodriguez@uma.es.

Nowadays, computers are normally still being used in university teaching as great powerful calculators, but not as

tools that help to carry out a substantial change in mathematical teaching. The challenge we must face in the future is to overcome this situation in order to use computers as tools for increasing mathematical creativity.

To approach this situation, we can use a programming language in the lectures of Mathematics. When the students program, they must read, raise strategies, modify programs that have already been developed and finally solve the proposed problems with the programs that they themselves have developed. This makes them the protagonists of their learning. In addition, the use of programming allows finding tasks for students that correspond directly to each of the mental constructions of actions, processes, or objects relevant to a mathematical concept. Moreover, a good idea is to complement the programming with CAS. Thus, we attempt to help the student not just solve problems, but also to create the programs that will help to solve these problems. We aim at making the computer a tool that encourages mathematical creativity, and not only a powerful calculator.

Προγραμματισμός με CAS σαν μια εναλλακτική μέθοδος διδασκαλίας των Μαθηματικών σε μηχανικούς

J.L. Galán, M.A. Galán, A. Gálvez, A.J. Jiménez, Y. Padilla, P. Rodríguez

Department of Applied Mathematics, University of Málaga, Spain

jl_galan@uma.es, magalan@ctima.uma.es, agalvez@ctima.uma.es,

anjipri@telefonica.net, ypadilla@ctima.uma.es, prodriiguez@uma.es.

Στις μέρες μας, οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές εξακολουθούν συνήθως να χρησιμοποιούνται στη διδασκαλία πανεπιστημιακού επιπέδου, ως αριθμομηχανές με μεγάλες δυνατότητες. Ωστόσο, δεν αντιμετωπίζονται ταυτόχρονα και ως εργαλεία που θα μπορούσαν να επιφέρουν μια ουσιαστική αλλαγή στον τρόπο διδασκαλίας των μαθηματικών. Η πρόκληση που χρειάζεται να αντιμετωπιστεί στο μέλλον είναι η υπέρβαση αυτής της κατάστασης προκειμένου να αξιοποιηθούν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές ως εργαλεία για την ανάπτυξη της δημιουργικής μαθηματικής σκέψης. Προς την κατεύθυνση αυτή, μπορούμε να κάνουμε χρήση μιας γλώσσας προγραμματισμού στις παραδόσεις Μαθηματικών. Όταν οι φοιτητές καλούνται να κάνουν προγραμματισμό, επιβάλλεται να διαβάσουν, να αναπτύξουν στρατηγικές, να τροποποιήσουν προγράμματα που έχουν ήδη σχεδιαστεί και τελικά να λύσουν τα προτεινόμενα προβλήματα με τα προγράμματα που οι ίδιοι αναπτύσσουν. Με τον τρόπο αυτό γίνονται πρωταγωνιστές στη δική τους μάθηση. Παράλληλα, η χρήση του προγραμματισμού επιτρέπει την ανάθεση εργασιών για φοιτητές που ανταποκρίνονται άμεσα στις νοητικές κατασκευές των ενεργειών, των διαδικασιών ή και των αντικειμένων που αφορούν σε μια μαθηματική έννοια. Επιπρόσθετα, μία καλή ιδέα είναι να χρησιμοποιηθεί το CAS (Computer Algebra System) ως συμπλήρωμα του προγραμματισμού. Επομένως, επιχειρούμε να βοηθήσουμε το φοιτητή όχι μόνο να λύνει προβλήματα, αλλά να δημιουργεί ταυτόχρονα τα προγράμματα που θα βοηθούν στη λύση τους. Σκοπός μας είναι στο εξής είναι η αξιοποίηση του ηλεκτρονικού υπολογιστή να μην περιορίζεται αποκλειστικά στη χρήση του ως αριθμομηχανής, αλλά να μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως εργαλείο ενίσχυσης της δημιουργικής μαθηματικής.

How teachers conceive geometry teaching in Iran

Z. Gooya, Department of Mathematics Shahid Beheshti University, Evin, Tehran 19839, Iran

B. Z. Zangeneh, Department of Mathematics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
gooya@sbu.ac.ir, Zahra_gooya@yahoo.com, zangeneh@sharif.edu, zangeneh@sina.sharif.ac.ir

The Centralized Educational system of secondary school in Iran has undergone considerable changes since 1992. These changes have been the major concern in the mathematics teacher education. The authors of the new geometry textbooks believed that in-service teacher training could and should play a major role in successful implementation of the new changes. The purpose of this paper is to draw upon a study that was designed to investigate the impact of the teacher training sessions on teachers' views about teaching and learning geometry, during the summer of 1997, using the data that were collected through various sources during those sessions.

Πώς οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται τη διδασκαλία της γεωμετρίας στο Ιράν

Z. Gooya, Department of Mathematics Shahid Beheshti University, Evin, Tehran 19839, Iran

B. Z. Zangeneh, Department of Mathematics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
gooya@sbu.ac.ir, Zahra_gooya@yahoo.com, zangeneh@sharif.edu, zangeneh@sina.sharif.ac.ir

Το συγκεντρωτικό σύστημα δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στο Ιράν έχει υποστεί αξιοσημείωτες αλλαγές από το 1992. Αυτές οι αλλαγές είναι η κυριότερη μέριμνα στην εκπαίδευση των διδασκόντων των μαθηματικών. Οι συγγραφείς των νέων εγχειριδίων γεωμετρίας πίστεψαν ότι η εκπαίδευση των εν ενεργεία εκπαιδευτικών θα μπορούσε και θα έπρεπε να διαδραματίσει ένα πρωτεύοντα ρόλο στην επιτυχή εφαρμογή των νέων αλλαγών. Ο

σκοπός αυτού του άρθρου είναι να αναφερθεί σε μια έρευνα, η οποία σχεδιάστηκε για να εξετάσει την επίδραση της εκπαίδευσης των διδασκόντων στις απόψεις τους για τη διδασκαλία και μάθηση της γεωμετρίας, κατά τη διάρκεια του καλοκαιριού του 1997, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που συλλέχθηκαν μέσα από διάφορες πηγές κατά τη διάρκεια αυτής της εκπαίδευσης.

Η αποτελεσματικότητα των μαθητών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε στοιχειώδεις γεωμετρικές κατασκευές

Ε. Δημητριάδου, Δρ Διδακτικής Μαθηματικών - Σχολική Σύμβουλος, Δωδώνης 65- 67 , 45221 Ιωάννινα
ledimitr.@sch.gr

Η παρούσα εργασία αποτελεί μέρος μιας ευρύτερης έρευνας που μελετά τις απόψεις καθηγητών των Μαθηματικών των Νομών Ιωαννίνων και Άρτας για το αναλυτικό πρόγραμμα και τα σχολικά συγγράμματα, που αφορούν στο μάθημα της Γεωμετρίας. Η εισήγηση επικεντρώνεται στην αποτελεσματικότητα των μαθητών σε στοιχειώδεις γεωμετρικές κατασκευές. Για το λόγο αυτό, αρχικά επιχειρείται η καταγραφή της παρούσας κατάστασης σε ότι αφορά τη διδασκαλία αυτού του θεματικού άξονα. Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια συγκριτική μελέτη απόψεων καθηγητών Γυμνασίων και Λυκείων και τέλος μια έρευνα μεταξύ αποφοίτων μαθητών Γυμνασίου. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι μετά από 3 χρόνια διδασκαλίας της Γεωμετρίας, μεγάλα ποσοστά μαθητών αδυνατούν να κάνουν ακριβείς κατασκευές με χρήση κατάλληλων γεωμετρικών οργάνων, με αποτέλεσμα να καταφεύγουν σε εμπειρικές μεθόδους (π.χ. μέτρηση, σχεδίαση κατά προσέγγιση). Σε ορισμένες περιπτώσεις αυτή η αδυναμία οφείλεται σε άγνοια ή έλλειψη κατανόησης γεωμετρικών εννοιών. Το γεγονός αποδίδεται σε μεγάλο βαθμό στην περιθωριοποίηση των βασικών γεωμετρικών κατασκευών στις μικρές τάξεις και ιδιαίτερα στο Γυμνάσιο.

Teaching probability and statistics for different disciplines

D. Escobar, Universidad de los Andes, Departamento de Matemáticas, Bogotá, Colombia
descobar@uniandes.edu.co

Teaching Statistics for different disciplines has raised the question if the depth, the topics, the intensity and the vision is or should be something different according to each area of study. In this paper we try to organize, taking into account these criteria, the different courses given by a Mathematics Department to other Programs. The division does not include only "what to give" but also "how to give" and aspects that have to be recognized by the prospective students, by the colleagues of other disciplines and by us as mathematicians. It doesn't exist a universal answer to this problematic because the environment of our countries and universities is different but we hope to contribute to throwing some light and to finding or approaching solutions to what is common.

Διδασκαλία πιθανοτήτων και στατιστικής για διαφορετικές επιστήμες

D. Escobar, Universidad de los Andes, Departamento de Matemáticas, Bogotá, Colombia
descobar@uniandes.edu.co

Η διδασκαλία της Στατιστικής για διαφορετικές επιστήμες έχει δημιουργήσει το ερώτημα αν το βάθος, τα θέματα, η ένταση και τη θεώρηση είναι ή θα έπρεπε να είναι διαφορετικά, ανάλογα με την περιοχή μελέτης. Λαμβάνοντας υπόψη αυτά τα κριτήρια, σ' αυτό το άρθρο προσπαθούμε να οργανώσουμε, τα διαφορετικά μαθήματα που δίνονται από ένα Τμήμα Μαθηματικών σε άλλα προγράμματα σπουδών. Ο καταμερισμός μαθημάτων δεν περιλαμβάνει μόνο το "τί να προσφέρω" αλλά και "πώς να προσφέρω" και όψεις που πρέπει να αναγνωριστούν από μελλοντικούς φοιτητές, από συναδέλφους άλλων επιστημών και από εμάς σαν μαθηματικούς. Δεν υπάρχει μια καθολική απάντηση σ' αυτή την προβληματική επειδή το περιβάλλον των χωρών μας και των πανεπιστημίων μας είναι διαφορετικό αλλά ελπίζουμε να ρίξουμε λίγο φως και να βρούμε ή να προσεγγίσουμε λύσεις σε ό,τι είναι κοινό.

Εθνομαθηματικά και Γεωμετρία: μια νέα διαθεματική πρόταση για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού

Ε. Θεοδώρου Δασκάλα, Μεταπτυχιακή Φοιτήτρια, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Δυτ. Μακεδονίας, efterpit@hotmail.com
Χ. Λεμονίδης ΠΤΔΕ Φλώρινας, Πανεπιστήμιο Δυτ. Μακεδονίας, lemonidi@eled-fl.auth.gr

Τα Εθνομαθηματικά είναι ένας όρος που περιγράφει τις καθημερινές πρακτικές ανθρώπων που ανήκουν σε διαφορετικές πολιτισμικές κοινότητες και περιέχουν στοιχεία μαθηματικών. Η ιδέα ότι τα μαθηματικά δεν είναι

μόνο μια ακαδημαϊκή δραστηριότητα και δε λαμβάνουν χώρο μόνο μέσα σε εξειδικευμένα περιβάλλοντα, όπως αυτό του σχολείου, είναι αρκετά παλιά στη διδακτική των μαθηματικών. Έτσι με αφορμή αυτό το πλαίσιο που βλέπει τα μαθηματικά ως ένα κομμάτι του πολιτισμού, προτείνουμε τη διδασκαλία των απλών γεωμετρικών εννοιών (σχήματα, συμμετρία κ.α.) στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού μέσα από τη λαϊκή παράδοση κάποιων πολιτισμών και τη μοντέρνα τέχνη. Η πρόταση αυτή κινείται στη λογική του νέου Διαθεματικού Πλαισίου Προγραμμάτων Σπουδών και βοηθά σε μια γόνιμη και όχι τεχνητή σύνδεση των μαθηματικών με τα υπόλοιπα μαθήματα του Δημοτικού Σχολείου. Περιλαμβάνει κάποιες βασικές αρχές, στόχους και μερικά παραδείγματα δραστηριοτήτων. Θεωρούμε ότι η ενσωμάτωση πολυπολιτισμικών δραστηριοτήτων στη διδασκαλία των μαθηματικών μπορεί να βοηθήσει στην πληρέστερη κατανόηση του μαθήματος, αλλά κυρίως μπορεί να συνδράμει καθοριστικά στη δημιουργία μιας θετικής στάσης απέναντι στα μαθηματικά.

Μια έρευνα για τις προοπτικές και δυνατότητες της διαθεματικής διδασκαλίας: Η περίπτωση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Α΄ Λυκείου

Γ. Θωμαΐδης, Μ. Σταφυλίδου, Πειραματικό Σχολείο Πανεπιστημίου Μακεδονίας,
gthom@otenet.gr, mstaf@the.forthnet.gr

Στο Πειραματικό Σχολείο του Πανεπιστημίου Μακεδονίας πραγματοποιήθηκε τα δύο τελευταία χρόνια, με έγκριση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου, ένα ερευνητικό πρόγραμμα διαθεματικής διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, των Αρχαίων Ελληνικών και της Ιστορίας στην Α΄ Λυκείου. Βασικός σκοπός της έρευνας ήταν να εξετάσει τη δυνατότητα εφαρμογής (και ενδεχόμενης επέκτασης στο Λύκειο) των διαθεματικών προσεγγίσεων της σχολικής γνώσης που έχουν ενταχθεί στα νέα αναλυτικά προγράμματα της 9χρονης υποχρεωτικής εκπαίδευσης.

Στις διαθεματικές διδασκαλίες χρησιμοποιήθηκαν φύλλα εργασίας με τα πρωτότυπα αρχαιοελληνικά κείμενα ορισμένων γεωμετρικών προτάσεων από τα “Στοιχεία” του Ευκλείδη, και των σχολίων που έγραψε για τις προτάσεις αυτές ο Πρόκλος ενσωματώνοντας πολλά στοιχεία της κριτικής που ασκούσαν στον Ευκλείδη οι αρχαίοι φιλόσοφοι. Η προετοιμασία των φύλλων εργασίας έγινε με τη συνεργασία των μαθηματικών και φιλολόγων του Σχολείου που έλαβαν μέρος στο πρόγραμμα, ενώ οι διδασκαλίες είχαν ως αντικείμενο την καθοδηγούμενη μαθηματική, φιλολογική και ιστορική ανάλυση των αρχαίων κειμένων από τους μαθητές, με ταυτόχρονη παρουσία και συμμετοχή καθηγητών που διδασκαν τα αντίστοιχα μαθήματα στην ίδια τάξη.

Στην εισήγησή μας θα παρουσιάσουμε τις γενικές αρχές του προγράμματος, τις ειδικότερες συνιστώσες για το μάθημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας καθώς και ορισμένα βασικά αποτελέσματα που αφορούν το πρόβλημα της διεπιστημονικής συνεργασίας στο σχολείο, τη σχέση της διαθεματικής διδασκαλίας με ορισμένους σκοπούς του μαθήματος καθώς και την επίδρασή της στη στάση των μαθητών απέναντι στην Ευκλείδεια Γεωμετρία.

A study of factors associated with difficulties in understanding the derivative concept

S. Iglori, L.F. Godoy, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo – Brazil
siglorig@puccsp.br lfgodoy@uai.com.br

This article presents results from a diagnostic study on the difficulties generated in the teaching/learning process of the concept of the derivative, which emerge from the students' confusion between the meaning and the semiotic representation of this concept. The difficulties detected in this study and pointed out in this article came out from the answers obtained by conducting a series of tests and interviews with a total number of 168 students, among them 78 second-year Engineering undergraduates and the remaining ones from a teaching instruction course for future Mathematics teachers. All students had already dealt with derivatives. This study is based on the Representation Registers theory developed by Raymond Duval. The results were evaluated by qualitative data, which can be summarized as follows: The figural representation of the derivative is interpreted as a “tangent line”; the natural language representation “derivative”, is interpreted as a derivative of a function at a certain point or as a derivative

function, and the symbolic representation such as $\frac{dy(x)}{dx}$, $y'(x)$, $f'(x)$ or could get different meanings.

Μια μελέτη των παραγόντων που συνδέονται με τις δυσκολίες στην κατανόηση της έννοιας της παραγώγου

S. Iglori, L.F. Godoy, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo – Brazil
siglorig@puccsp.br lfgodoy@uai.com.br

Σ' αυτό το άρθρο παρουσιάζονται αποτελέσματα από μια διαγνωστική μελέτη πάνω στις δυσκολίες που δημιουργούνται στη διαδικασία διδασκαλίας/μάθησης της έννοιας της παραγώγου, οι οποίες προκύπτουν από τη σύγχυση των φοιτητών ανάμεσα στη σημασία και τη σημειωτική αναπαράσταση αυτής της έννοιας. Οι δυσκολίες

που ανιχνεύτηκαν από τη μελέτη και επισημαίνονται σ' αυτό το άρθρο προήλθαν από τις απαντήσεις που λήφθηκαν με μια σειρά τεστ και συνεντεύξεων 168 φοιτητών, από 78 δευτεροετείς φοιτητές τμήματος μηχανικών και τα υπόλοιπα στα πλαίσια μαθήματος διδακτικής για μελλοντικούς καθηγητές Μαθηματικών. Όλοι οι φοιτητές είχαν ήδη ασχοληθεί με τις παραγώγους. Αυτή η μελέτη βασίζεται στη θεωρία των Πεδίων Αναπαράστασης του Raymond Duval. Τα αποτελέσματα αξιολογήθηκαν με ποσοτικά δεδομένα, τα οποία μπορεί να συνοψισθούν ως εξής: Η σχηματική αναπαράσταση της παραγώγου ερμηνεύεται ως "εφαπτομένη ευθεία" η αναπαράσταση μέσω της φυσικής γλώσσας, «παράγωγος», ερμηνεύεται ως η παράγωγος μιας συνάρτησης σε συγκεκριμένο σημείο ή ως η παράγωγος συνάρτηση και η συμβολική αναπαράσταση, όπως $\frac{dy(x)}{dx}$, $y'(x)$, $f'(x)$ θα μπορούσε να πάρει διαφορετικές σημασίες.

Η διαχείριση των μαθηματικών νοημάτων στη σχολική τάξη

M. Καλδρυμίδου, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, mkaldrim@cc.uoi.gr
M. Τζεκάκη, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, tzeakaki@nured.auth.gr
X. Σακονίδης, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, xsakonid@eled.duth.gr

Οι πέντε μελέτες που παρουσιάζονται σε αυτήν την εργασία επικεντρώνονται σε όψεις της διαχείρισης της κατασκευής του μαθηματικού νοήματος από τους δασκάλους στην τάξη: το χειρισμό των επιστημολογικών στοιχείων των μαθηματικών, τον τρόπο που χειρίζονται την εργασία και τα λάθη των μαθητών και τα σχήματα επικοινωνίας που υιοθετούν. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η διαχείριση του περιεχομένου συχνά διαστρεβλώνει το μαθηματικό νόημα και είναι διαλεκτικά συνδεδεμένο με τα επικοινωνιακά σχήματα και πρακτικές που χρησιμοποιούνται.

Στοιχεία για την συμπεριφορά φοιτητών των επιστημών αγωγής όσον αφορά στην κατανόηση της έννοιας της διασποράς στα πλαίσια της περιγραφικής στατιστικής

M. Κούρκουλος, E. Μανταδάκης, ΠΤΔΕ, Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο 74100, mkourk@edc.uoc.gr

Στην εργασία αυτή εξετάζονται οι δυσκολίες που συναντούν οι φοιτητές σε ότι αφορά την κατανόηση της έννοιας της διασποράς και των μέτρων της, στα πλαίσια ενός μαθήματος περιγραφικής στατιστικής. Το μάθημα αυτό πραγματοποιήθηκε με φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος του Πανεπιστημίου Κρήτης. Η ανάλυση της συμπεριφοράς των φοιτητών δείχνει ότι οι κυριότερες από τις δυσκολίες αυτές, είναι εννοιολογικού και όχι διαδικαστικού χαρακτήρα και ότι δεν είναι εύκολο να αντιμετωπισθούν μέσω της διδασκαλίας. Τούτο δε, παρότι η περιγραφική στατιστική είναι το απλούστερο εννοιολογικό πλαίσιο στο οποίο συναντάται η έννοια της διασποράς. Οι προαναφερθείσες δυσκολίες είναι ιδιαίτερα σημαντικές σε ότι αφορά την *διακύμανση*. Η ανάλυση της συμπεριφοράς των φοιτητών σε συνδυασμό με την επιστημολογική ανάλυση του θέματος οδηγεί στην θέση ότι κατάλληλα ερμηνευτικά μοντέλα, ιδιαίτερα, από τον χώρο της Φυσικής θα μπορούσαν να συμβάλλουν στην αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών και στην βαθύτερη κατανόηση της έννοιας της διασποράς. Στη συνέχεια του άρθρου εξετάζονται ορισμένα από αυτά τα μοντέλα και ειδικότερα, εκείνα στα οποία η *διακύμανση* μπορεί να ερμηνευθεί ως μέση ενέργεια (δυναμική ή κινητική). Παράλληλα, αναλύονται οι διδακτικές δυνατότητες που προσφέρει η χρήση αυτών των μοντέλων στα πλαίσια ενός μαθήματος εισαγωγής στη στατιστική.

Τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της οικογένειας και οι αριθμητικές γνώσεις των νηπίων

X. Λεμονίδης, M. Χατζηλιαμή, ΠΤΔΕ Φλώρινας, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας,
lemonidi@eled-fl.auth.gr, myrsini@in.gr

Στη συγκεκριμένη εργασία παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από μία έρευνα πάνω στη συσχέτιση των λειτουργικών χαρακτηριστικών της οικογένειας με τις αριθμητικές γνώσεις των νηπίων. Για να εξετάσουμε τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της οικογένειας, επικεντρωθήκαμε σε 3 παράγοντες: στα ερεθίσματα που υπάρχουν στο περιβάλλον του παιδιού, στη στάση και τη συμμετοχή των γονέων απέναντι σ' αυτά τα ερεθίσματα και στη στάση των γονέων απέναντι στη μάθηση και τις γνώσεις των παιδιών τους. Για να εξετάσουμε τις αριθμητικές ικανότητες των παιδιών επιλέξαμε δύο θεματικές: την προφορική αρίθμηση και την ανάγνωση των αριθμών.

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής δείχνουν ότι υπάρχει θετική συσχέτιση ανάμεσα στα λειτουργικά χαρακτηριστικά της οικογένειας και τις αριθμητικές γνώσεις των νηπίων. Δηλαδή, τα παιδιά που γνωρίζουν αρκετά καλά την προφορική αριθμητική ακολουθία και μπορούν να αναγνωρίζουν πολλούς αριθμούς προέρχονται από οικογένειες που συμμετέχουν ενεργά στην καθημερινή ζωή των παιδιών τους.

Διδακτική των Μαθηματικών και λεξικογραφία

Π. Λιναρδάκης, Δρ. Διδακτικής των Μαθηματικών Καθηγητής Αρσακείου, linardak@otenet.gr

Στην εργασία αυτή παρουσιάζονται οι προβληματισμοί και οι επιλογές που έγιναν κατά την συγγραφή των μαθηματικών λημμάτων για το «Λεξικό για το Σχολείο και το Γραφείο» του καθηγητού Γ. Μπαμπινιώτη.

Αρχικά στο κείμενο αναλύεται ο τρόπος επιλογής των λέξεων που συμπεριλαμβάνονται, όπως και οι δυσκολίες που προέκυψαν εξαιτίας της διαφοροποίησης που εμφανίζεται ανάμεσα στην θεωρία της Λεξικογραφίας, αναφορικά με τα γενικά λεξικά, και των προσεγγίσεων ενός ερευνητή της Διδακτικής των Μαθηματικών. Εν συνεχεία αναλύονται οι λόγοι για τους οποίους, σε άλλες περιπτώσεις έγινε η επιλογή οι ορισμοί να είναι πιο «αυστηροί» ως προς την κοινή αίσθηση και σε άλλες περιπτώσεις έγινε η επιλογή οι ορισμοί να είναι λιγότερο «αυστηροί» και περισσότερο άμεσοι. Στόχος και των δύο περιπτώσεων είναι να τεθούν κάποια όρια στις «συμβάσεις» που δημιουργούνται στα Σχολικά Μαθηματικά. αλλά και στον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται κάποιοι Μαθηματικοί όροι στην καθημερινότητα.

Παράλληλα με αυτά, στην εργασία αναφέρονται και αναλύονται όροι όπως «Σχολικά Μαθηματικά», «Διδακτικό Συμβόλαιο», «εμπόδιο» κ.ά, οι οποίοι αποτελούν και το θεωρητικό της πλαίσιο.

Τέλος, αναφέρονται κάποιες ιδιαίτερες περιπτώσεις ορισμών στις οποίες δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση εξ' αιτίας της διαφοροποίησης την οποία υφίσταται η συγκεκριμένη λέξη στα πλαίσια των Μαθηματικών σε σχέση με την συνήθη χρήση της (π.χ. ασύμπτωτη γραφικής παράστασης).

Η συγκεκριμένη εργασία δίνει ιδιαίτερη έμφαση στα προβλήματα που δημιουργούνται από τον τρόπο χρήσης συγκεκριμένων λέξεων στα Σχολικά Μαθηματικά λαμβάνοντας υπόψη τις λεξικογραφικές προδιαγραφές ενός λεξικού που απευθύνεται στον μέσο χρήστη.

Knowledge of ordering relations in high school

C. Maranhão, L. Martinelli, S. Sentelhas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brazil,
maranhao@terra.com.br

This article introduces a research on the knowledge of *relations and ordering relations in time* by high school students (15-17 years old). The study was carried out in three steps. In the first one, 3 groups of students: 34 first graders, 26 second graders, and 26 third graders of a high school in the state of São Paulo solved problems involving relations and ordering relations during a test. Results showed that students used the relation “arriving before” as having only the meaning of “arriving immediately before” (restricted meaning) and the ordering relation “not arriving after” (restricted meaning) as “arriving before or at the same time as” (mathematical meaning). In the second step, first-graders were submitted to a didactical intervention aiming at overcoming their restricted conceptions. In the third one, these first-graders solved problems (similar to the ones used in the first step) in a post-test activity. We analyzed the effect of the didactical intervention by comparing students’ performance in the first and third steps (pre and post-tests). Results showed that students’ knowledge improved, because they showed broader, mathematical understanding of these relations.

Γνώση των σχέσεων διάταξης στο Λύκειο

C. Maranhão, L. Martinelli, S. Sentelhas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brazil,
maranhao@terra.com.br

Σ’ αυτό το άρθρο παρουσιάζεται μια έρευνα σχετικά με τις γνώσεις των μαθητών Λυκείου (15-17 ετών) για *σχέσεις και σχέσεις διάταξης στο χρόνο*. Η μελέτη πραγματοποιήθηκε σε τρία στάδια. Στο πρώτο, 3 ομάδες μαθητών: 34 πρώτης τάξης, 26 δεύτερης και 26 τρίτης τάξης Λυκείου στην πολιτεία του Σάο Πάολο έλυσαν κατά τη διάρκεια ενός τεστ, προβλήματα που εμπειρείχαν σχέσεις και σχέσεις διάταξης. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι μαθητές χρησιμοποίησαν τη σχέση “φτάνοντας πριν από” σαν να έχει μόνο τη σημασία του “φτάνοντας ακριβώς πριν από” (περιορισμός της σημασίας) και της σχέσης διάταξης “όχι φτάνοντας μετά από” (περιορισμός της σημασίας) ως “φτάνοντας πριν από ή ταυτόχρονα με” (μαθηματική σημασία). Στο δεύτερο στάδιο, οι μαθητές της πρώτης τάξης υποβλήθηκαν σε μια διδακτική παρέμβαση που στόχευε στην υπέρβαση των περιορισμένων αντιλήψεων τους. Στο τρίτο στάδιο, αυτοί οι μαθητές της πρώτης τάξης έλυσαν προβλήματα (παρόμοια με αυτά του πρώτου σταδίου) σε ένα μετα-τεστ. Αναλύσαμε την επίδραση της διδακτικής παρέμβασης συγκρίνοντας την επίδοση των μαθητών στο πρώτο και στο τρίτο στάδιο (προ-τεστ και μετα-τεστ). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι γνώσεις των μαθητών βελτιώθηκαν, καθώς παρουσίασαν ευρύτερη, μαθηματική κατανόηση αυτών των σχέσεων.

Τί έμαθε ένας δάσκαλος και οι μαθητές του της 1^{ης} τάξης του 5^{ου} γυμνασίου Ρόδου σε ένα μάθημα πάνω στην έννοια της γωνίας με την χρήση συγκεκριμένων χειροπιαστών αντικειμένων

Χ. Μιτσούλλης, Εκπαιδευτικός- Υποψήφιος Διδάκτορας ΤΕΠΑΕΣ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Στην παρούσα εργασία, περιγράφεται η διαδικασία σχεδιασμού και υλοποίησης καθώς και τα προκαταρκτικά ευρήματα πιλοτικής έρευνας, τμήματος ευρύτερης έρευνας που βρίσκεται σε εξέλιξη. Στόχος της είναι η διερεύνηση των συνθηκών, της αποτελεσματικότητας και των περιορισμών χειρισμού και χρήσης συγκεκριμένων χειροπιαστών αντικειμένων (σ.χ.α.) και υλικών για την διδασκαλία των γωνιών. Μελετήθηκαν η συμπεριφορά και οι πρακτικές των μαθητών και του δάσκαλου σε μια σειρά δραστηριοτήτων με σ.χ.α. στα πλαίσια συνήθους σχολικής τάξης Α' γυμνασίου. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι η χρήση των σ.χ.α. και υλικών και στην περίπτωση της έννοιας της γωνίας, όπως και γενικότερα, έχει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, όπως επισημαίνεται άλλωστε και στην διεθνή βιβλιογραφία (Ball.D.L. 1992, Cobb P., Yake E., Wood T., 1992). Γι' αυτό χρειάζεται πριν ο εκπαιδευτικός τα εισαγάγει στην τάξη να γνωρίζει και να λαμβάνει υπόψη του, εκτός των άλλων παραγόντων και τους περιορισμούς που συνοδεύουν την χρήση τους. Επιπλέον να έχει επιλέξει κατάλληλα πεδία εμπειρίας και εννοιολογικά πλαίσια για να σχεδιάσει τις δραστηριότητες και να θεμελιώσει τις πολιτιστικές αλληλεπιδράσεις και πρακτικές της τάξης.

Ανάπτυξη ενός παρεμβατικού προγράμματος για τη διδασκαλία της επίλυσης μαθηματικού προβλήματος

Ν. Μουσουλίδης, Μ. Πιτάλης, Κ. Χρίστου, Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου, n.mousoulides@ucy.ac.cy

Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε τις αρχές ανάπτυξης και τα αποτελέσματα ενός παρεμβατικού προγράμματος διδασκαλίας της επίλυσης μαθηματικού προβλήματος (ΕΜΠ). Η ανάπτυξη του προγράμματος στηρίζεται στις αρχές του προγράμματος RME (Realistic Mathematics Education), το οποίο συνδέει τα μαθηματικά με την καθημερινή ζωή. Το παρεμβατικό πρόγραμμα αναπτύχθηκε, επίσης, με βάση τις παραμέτρους της ικανότητας ΕΜΠ όπως αυτές ορίζονται στη θεωρία του βιωματικού δομισμού (συστήματα SCS). Βασικό στοιχείο του παρεμβατικού προγράμματος αποτελεί η ενσωμάτωση στη διδασκαλία ΕΜΠ νέων τεχνολογιών (όπως λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας και λογιστικά φύλλα). Στην εφαρμογή του προγράμματος συμμετείχαν 276 μαθητές Στ' τάξης δημοτικού σχολείου (135 στην πειραματική ομάδα και 141 στην ομάδα ελέγχου). Τα αποτελέσματα της εφαρμογής έδειξαν ότι οι μαθητές της πειραματικής ομάδας είχαν καλύτερη επίδοση στην ικανότητα ΕΜΠ από τους μαθητές της ομάδας ελέγχου. Οι μαθητές της πειραματικής ομάδας είχαν καλύτερη επίδοση στα δύο από τα πέντε συστήματα της γνωστικής ανάπτυξης (ποιοτικό και πειραματικό).

Η πράξη του Πολλαπλασιασμού στο πλαίσιο ενός προγράμματος επιμόρφωσης Δασκάλων Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης

Κ. Νικολαντωνάκης, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, kostas_nikolan2000@yahoo.gr

Δηλώνοντας ότι τα Μαθηματικά έχουν μια Ιστορία αλλάζει σημαντικά την εικόνα που είχε αυτή η επιστήμη στα μάτια των εκπαιδευτικών Πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης: τα μαθηματικά δεν συνοψίζονται πλέον σε ένα τελικό προϊόν αλλά πρόκειται για μια διαδικασία μέσα στον χρόνο και τον χώρο. Η κατασκευαστική εικόνα για τα μαθηματικά και μια πολιτισμική προσέγγιση αυτής της επιστήμης είναι ο σκοπός της προηγούμενης αναφοράς και αποτελεί επίσης αντικειμενικό σκοπό της παρέμβασής μας.

Διάφορες τεχνικές πράξεων για να εκτελούμε τον πολλαπλασιασμό προτάθηκαν σε διαφορετικές ιστορικές περιόδους: η αραβική τεχνική, η κινέζικη τεχνική, η αιγυπτιακή και η ρώσικη τεχνική και ο πολλαπλασιασμός per gelosia και per crocetta μεταξύ άλλων τεχνικών και μεθόδων.

Η μικρή Αριθμό-Ιστορία στην αρχή της παρέμβασής μας στο πλαίσιο της επιμόρφωσης Δασκάλων Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης η οποία στηρίζεται σε καταγραφή μέρους των πραγματικών ιστορικών γεγονότων καθώς και μια σειρά από δραστηριότητες οι οποίες μπορούν σε συνέχεια να συνοδεύουν την Αριθμό-Ιστορία επιτρέπουν την σταθεροποίηση και την επέκταση των γνώσεων τους σχετικά με την τεχνική του πολλαπλασιασμού σε ακέραιους αριθμούς.

Από τις προτεινόμενες τεχνικές (Αιγυπτιακή-Ρώσικη τεχνική και τεχνική per crocetta) οι δάσκαλοι/ες ανακαλύπτουν την μη μοναδικότητα των διαδικασιών για να βρουν μια λύση και μαθαίνουν να συγκρίνουν, να αντιπαραβάλλουν, να επιχειρηματολογούν και να σκέφτονται στα μαθηματικά με ιστορική προοπτική.

The use of probability as a source of problems in mathematics teaching

G. Noël, Université de Mons-Hainaut, Belgique, guy.noel@umh.ac.be

We consider the *player's ruin problem* and show how to solve it both by an experimental method and by theoretical processes. This approach can be transferred to other similar situations and provoke such activities as modelization, simulation, comparison. . . The level of mathematics encountered makes it possible to present that activity to pupils of about 15 year old.

Η χρήση των πιθανοτήτων στη διδασκαλία των Μαθηματικών ως κατάλληλη πηγή προβλημάτων

G. Noël, Université de Mons-Hainaut, Belgique, guy.noel@umh.ac.be

Μελετάμε το πρόβλημα της καταστροφής του παίκτη (player's ruin problem) και παρουσιάζουμε το πώς μπορεί να λυθεί τόσο με μια πειραματική μέθοδο όσο και με θεωρητικές διαδικασίες. Αυτή η προσέγγιση μπορεί να μεταφερθεί σε παρόμοιες καταστάσεις και να προκαλέσει το ερέθισμα για δραστηριότητες όπως μοντελοποίηση, προσομοίωση, σύγκριση... Το επίπεδο των μαθηματικών που απαιτείται, επιτρέπει την παρουσίαση της δραστηριότητας σε μαθητές ηλικίας περίπου 15 ετών.

Possible causes of failure when handling the notion of inflection point

R. Ovodenko & P. Tsamir, Tel Aviv University, Israel, reginaovod@yahoo.com, pessia@post.tau.ac.il

This paper describes a study that examined the solutions of prospective mathematics teachers when working with the notion of inflection points -- their errors and possible reasons for these errors. In this paper we focus on another aspect of inflection points and we address prospective teachers' difficulties when working with different types of tasks that involve this notion. We use Tall and Vinner's (1981) notions of concept image and concept definition to analyze prospective teachers' correct and incorrect conceptions of inflection points. We examine the question: What concept images and what concept definitions of inflection points can be identified in prospective secondary school mathematics teachers' solutions to verbally and graphically presented tasks? What are possible origins of these images and definitions?

We investigated 56 prospective mathematics teachers, who participated in the course "Didactical Issues of High School Mathematics" (DIM), as part of their studies in a teacher education program for secondary school at Tel Aviv University. All participants had a first degree in mathematics, mathematics education or computer science.

During the course, the first 15-20 minutes of each 90-minute session were dedicated to the prospective teachers' individual work on worksheets that included mathematical tasks and occasionally also didactical problems. When the prospective teachers submitted their completed worksheets, they usually continued working on certain tasks in small groups, and then all engaged in a concluding, whole-class discussion. Here we examine the prospective teachers' solution to the worksheets that were distributed in the first two lessons and we focus on the participants' reactions to three representations of tasks that addressed the notion of inflection point.

We identified four types of errors in the prospective teachers' solutions to the tasks: Prospective teachers tended to regard (1) $f(x) = 0$ as a necessary condition for an inflection point, (2) $f'(x) = 0$ as a necessary and sufficient condition for an inflection point, (3) the condition that "the graph increases (decreases) before the point and after it" as a sufficient condition for an inflection point. They also pointed to (4) the location "where the graph bends" as an inflection point.

An initial evaluation of the reasons that may underlie the prospective teachers' erroneous solutions yielded that the solutions were mainly related to the prospective teachers' previous knowledge about investigations of functions (errors of Types 1 and 2 as listed above), some errors were rooted in prospective teachers' images associated with driving or flying (errors of Type 4), while the last type of errors (3) seemed to relate to both the prospective teachers' previous mathematical knowledge and their daily life.

Πιθανές αιτίες αποτυχίας κατά το χειρισμό της έννοιας του σημείου καμπής

R. Ovodenko & P. Tsamir, Tel Aviv University, Israel, reginaovod@yahoo.com, pessia@post.tau.ac.il

Αυτό το άρθρο περιγράφει μια μελέτη που εξέτασε τις λύσεις των μελλοντικών καθηγητών μαθηματικών κατά την επεξεργασία της έννοιας των σημείων καμπής – τα λάθη τους και πιθανούς λόγους γι' αυτά τα λάθη. Σ' αυτό το άρθρο εστιάζουμε σε μια άλλη όψη των σημείων καμπής και αναφερόμαστε στις δυσκολίες των μελλοντικών εκπαιδευτικών όταν δουλεύουν με διαφορετικούς τύπους ασκήσεων που εμπεριέχουν αυτή την έννοια. Χρησιμοποιούμε τις έννοιες των Tall και Vinner's (1981) για την εννοιολογική εικόνα και τον εννοιολογικό ορισμό

για να αναλύσουμε τις σωστές και εσφαλμένες αντιλήψεις των μελλοντικών εκπαιδευτικών για τα σημεία καμπής. Εξετάζουμε το ερώτημα: Ποιες εννοιολογικές εικόνες και ποιοι εννοιολογικοί ορισμοί των σημείων καμπής μπορεί να εμφανιστούν στις λύσεις των μελλοντικών διδασκόντων μαθηματικών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε ασκήσεις λεκτικά διατυπωμένες και παρουσιασμένες με γραφικές αναπαραστάσεις; Ποια είναι η πιθανή προέλευση αυτών των εικόνων και ορισμών;

Εξετάσαμε 56 μελλοντικούς καθηγητές μαθηματικών, οι οποίοι συμμετείχαν στο μάθημα "Διδακτικά Θέματα των Μαθηματικών του Λυκείου", ως μέρος των σπουδών τους σ' ένα πρόγραμμα εκπαίδευσης διδασκόντων δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στο Πανεπιστήμιο του Τελ Αβίβ. Όλοι οι συμμετέχοντες είχαν ένα πρώτο πτυχίο στα Μαθηματικά, στην Μαθηματική Εκπαίδευση ή στην Επιστήμη Υπολογιστών. Κατά τη διάρκεια του μαθήματος, τα πρώτα 15-20 λεπτά κάθε 90λεπτης συνάντησης αφιερώθηκαν στην ατομική εργασία των μελλοντικών εκπαιδευτικών σε φύλλα εργασίας τα οποία περιελάμβαναν ασκήσεις μαθηματικών και περιστασιακά επίσης διδακτικά προβλήματα. Όταν οι μελλοντικοί καθηγητές υπέβαλαν τα ολοκληρωμένα φύλλα εργασίας τους, συνέχιζαν συνήθως να δουλεύουν σε μικρές ομάδες πάνω σε συγκεκριμένες ασκήσεις, και έπειτα όλοι μαζί συμμετείχαν σε καταληκτική συζήτηση όλης της τάξης. Εδώ εξετάζουμε τις λύσεις των μελλοντικών καθηγητών μαθηματικών στα φύλλα εργασίας που διανεμήθηκαν στα δύο πρώτα μαθήματα και εστιάζουμε στις αντιδράσεις των συμμετεχόντων σε τρεις αντιπροσωπευτικές ασκήσεις που εξέταζαν την έννοια του σημείου καμπής.

Προσδιορίσαμε τέσσερις τύπους λαθών στις λύσεις των μελλοντικών διδασκόντων στις ασκήσεις: Οι μελλοντικοί διδάσκοντες έτειναν να θεωρήσουν (1) $f'(x) = 0$ ως αναγκαία συνθήκη για ένα σημείο καμπής, (2) $f''(x) = 0$ ως αναγκαία και ικανή συνθήκη για ένα σημείο καμπής, (3) η συνθήκη ότι "η γραφική παράσταση είναι αύξουσα (φθίνουσα) πριν και μετά από το σημείο αυτό" ως ικανή συνθήκη για ένα σημείο καμπής. Έδειξαν επίσης (4) τη θέση "όπου το γράφημα κάμπτεται" ως σημείο καμπής.

Μια αρχική αξιολόγηση των λόγων που μπορούν να κρύβονται πίσω από τις λανθασμένες λύσεις των μελλοντικών εκπαιδευτικών δείχνει ότι οι λύσεις αφορούσαν κυρίως στην προηγούμενη γνώση των μελλοντικών εκπαιδευτικών για τη μελέτη των συναρτήσεων (λάθη τύπου 1 και 2 πιο πάνω), μερικά λάθη είχαν τη ρίζα τους στις εικόνες των μελλοντικών εκπαιδευτικών που σχετίζονταν με την οδήγηση ή το πέταγμα (λάθη του τύπου 4), ενώ ο τελευταίος τύπος λαθών (3) φαίνεται να αφορά τόσο στην προηγούμενη μαθηματική γνώση των μελλοντικών εκπαιδευτικών, όσο και στην καθημερινή τους ζωή.

Developmental Mathematics

M. E. Paradise Northern State University, Aberdeen, South Dakota, USA, paradise@northern.edu

Developmental mathematics was introduced in the American postsecondary institutions and it has taken firm roots on their campuses. The reason for this, professed by the educators who support it, is that a relatively large number of entering students lack the knowledge and skills required to successfully complete even the most elementary course of collegiate-level mathematics. This development has raised several questions. Some university mathematics departments and conservative taxpayers and politicians question, albeit for different reasons, the appropriateness of the presence of such programs on the collegiate level. On the other hand, a good number of educators on all levels, as well as liberal and progressive citizens and politicians support this development. Still, hardly any reliable research indicates its effectiveness. This paper introduces the reasons and manner of the emergence of *developmental education* in general and *developmental mathematics* in particular. It includes present practices, contents, organization and delivery, as well as the writer's findings by experience, through anecdotal comments of his colleagues around the country, and by researching the relevant literature.

Ενισχυτική Εκπαίδευση στα Μαθηματικά

M. E. Paradise Northern State University, Aberdeen, South Dakota, USA, paradise@northern.edu

Η *Ενισχυτική Εκπαίδευση στα Μαθηματικά (Developmental Mathematics)* εισήχθη στα Αμερικανικά ιδρύματα τριτοβάθμιας εκπαίδευσης και έχει αποκτήσει γερές βάσεις στα προγράμματα σπουδών τους. Ο λόγος για την εξέλιξη αυτή, σύμφωνα με τους εκπαιδευτικούς που την υποστηρίζουν, είναι ότι ένας σχετικά μεγάλος αριθμός πρωτοετών φοιτητών στερείται των γνώσεων και των δεξιοτήτων που απαιτούνται για την επιτυχή παρακολούθηση ακόμα και της πιο στοιχειώδους σειράς μαθημάτων ακαδημαϊκού επιπέδου Μαθηματικών. Αυτή η εξέλιξη έχει εγείρει ορισμένα ερωτήματα. Μερικά πανεπιστημιακά τμήματα Μαθηματικών, καθώς και συντηρητικοί φορολογούμενοι και πολιτικοί, αν και για διαφορετικούς λόγους ο καθένας, αμφισβητούν την καταλληλότητα της ύπαρξης τέτοιων προγραμμάτων σε ακαδημαϊκό επίπεδο. Από την άλλη πλευρά, ένας ικανός αριθμός εκπαιδευτικών όλων των βαθμίδων εκπαίδευσης, μαζί με μια μερίδα φιλελεύθερων και προοδευτικών πολιτών και πολιτικών τάσσονται υπέρ αυτής της εξέλιξης. Μέχρι στιγμής, δεν υπάρχει σχεδόν καμία αξιόπιστη έρευνα που να υποδεικνύει την καταλληλότητα αυτού του εγχειρήματος. Η παρούσα εισήγηση παρουσιάζει τους λόγους και τον τρόπο της ανάδυσης της *Ενισχυτικής Εκπαίδευσης* γενικότερα και της *Ενισχυτικής Εκπαίδευσης στα Μαθηματικά* ειδικότερα. Γίνεται αναφορά στις τωρινές πρακτικές, στα περιεχόμενα, την οργάνωση και τον τρόπο παροχής της, καθώς και

στις διαπιστώσεις του συγγραφέα που προέρχονται από την εμπειρία του, μέσω ανεκδοτολογικών σχολίων των συναδέλφων του και μέσω έρευνας της σχετικής βιβλιογραφίας.

Η κατανόηση και επίλυση λεκτικών προβλημάτων από τους μαθητές του Δημοτικού σχολείου με μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά: Μια πειραματική διδασκαλία

Γ. Περικλειδάκης, Σχολικός Σύμβουλος Π.Ε., Διδάκτωρ Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστημίου Κρήτης, gperikleid@sch.gr

Οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά σε ένα σημαντικό ποσοστό τους, ακόμη και όταν φοιτούν στις μεγάλες τάξεις του δημοτικού, αντιμετωπίζουν σοβαρές δυσκολίες στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων. Με την παρούσα εργασία θα παρουσιαστούν ερευνητικά αποτελέσματα που αφορούν μία πειραματική μέθοδο διδασκαλίας που είχε ως στόχο την αντιμετώπιση των δυσκολιών στην κατανόηση και επίλυση προσθετικών και πολλαπλασιαστικών προβλημάτων. Τα αποτελέσματα της εναλλακτικής αυτής μεθόδου διδασκαλίας αξιολογούνται συγκρίνοντας τις επιδόσεις δύο ομάδων μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων προσθετικών και πολλαπλασιαστικών δομών με μικρούς αριθμούς (<100). Η συγκρότηση των δύο ομάδων μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες έγινε με εξίσωση κατά ζεύγη ως προς τρεις βασικούς παράγοντες: α) τις επιδόσεις τους στα Μαθηματικά, β) το φύλο τους και γ) τη γενική τους νοημοσύνη. Οι επιδόσεις της ομάδας των μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες, που δέχτηκαν τη διδακτική παρέμβαση (Π.Ο.), συγκρίνονται πριν και μετά τη διδασκαλία. Συγκρίνονται επίσης με τις επιδόσεις της ομάδας των μαθητών που δε δέχτηκαν καμία πρόσθετη διδασκαλία (Ο.Ε.). Η πειραματική αυτή μέθοδος διδασκαλίας είχε ως αποτέλεσμα τις σαφώς καλύτερες επιδόσεις της ομάδας των μαθητών που δέχτηκαν τη διδασκαλία στην κατανόηση και επίλυση λεκτικών προβλημάτων.

Σχεδιασμός μιας διδακτικής παρέμβασης, με τη βοήθεια λογισμικού, σε προβλήματα πλοήγησης, κατάλληλα για παιδιά ηλικίας 5-7 ετών

Γ. Πολυζώης, Φυσικός - Μαθηματικός, Υποψήφιος Διδάκτορας Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

Ο χώρος της προσχολικής και πρωτοσχολικής αγωγής και εκπαίδευσης θεωρείται πλέον ώριμος για την αναζήτηση τρόπων ενσωμάτωσης στο αναλυτικό πρόγραμμά του δραστηριοτήτων που χρησιμοποιούν ηλεκτρονικό υπολογιστή. Έτσι, εμφανίζεται η ανάγκη η εκπαιδευτική κοινότητα των μαθηματικών να πρέπει να εστιάσει στους τρόπους με τους οποίους τα βασισμένα σε υπολογιστή περιβάλλοντα μπορούν να ενισχύσουν τις κατασκευές των μαθηματικών εννοιών των παιδιών μέσω της αλληλεπίδρασής τους με άλλα παιδιά και τους δασκάλους τους. Στην εργασία μας αυτή θα αναφερθούμε στο σχεδιασμό μιας διδακτικής παρέμβασης που έχουμε ετοιμάσει, για να πραγματοποιηθεί σε νηπιαγωγείο 15 παιδιών. Θα χρησιμοποιήσουμε εκπαιδευτικό λογισμικό κατάλληλο για δραστηριότητες προσανατολισμού και καθορισμού διαδρομών (πλοήγησης), αναπτύσσοντας παράλληλα ένα σενάριο που θα αποσκοπεί στην εκμετάλλευση των εμφανιζόμενων μαθηματικών εννοιών.

Pragmatic, epistemological, and heuristic values in CAS enhanced mathematics education

C. Sárvári, University of Pécs, 7624 Pécs, Boszorkány út 2, Hungary, sarvari@witch.pmmf.hu

Technology applications in general and Computer Algebra Systems (CAS) in particular disrupt the existing epistemological balance both in theoretical and in practical mathematical work. Owing to the use of CAS modules numerous mathematical procedures are re-evaluated with regard to pragmatic, epistemological, and heuristic values. In this paper, I will examine the process of re-evaluation and illustrate it with specific examples from calculus

Πρακτικές, επιστημολογικές και ευρετικές αξίες στην εμπλουτισμένη με CAS μαθηματική εκπαίδευση

C. Sárvári, University of Pécs, 7624 Pécs, Boszorkány út 2, Hungary, sarvari@witch.pmmf.hu

Οι τεχνολογικές εφαρμογές γενικά και η Άλγεβρα Υπολογιστικών Συστημάτων (CAS) ειδικότερα, καταργούν την υπάρχουσα επιστημολογική ισορροπία και στη θεωρητική και στη μαθηματική εργασία. Εξαιτίας της χρήσης των CAS στην διδασκαλία, πολυάριθμες μαθηματικές διαδικασίες επαναξιολογούνται σε σχέση με πρακτικές, επιστημολογικές και ευρετικές αξίες. Σ' αυτή την εργασία θα εξετάσω τη διαδικασία της επαναξιολόγησης και θα την επεξηγήσω με συγκεκριμένα παραδείγματα από τον απειροστικό λογισμό.

A place for differential geometry?

E. Saucan, Software Engineering Department, Ort Braude College, Karmiel and Mathematics Department, Technion, Haifa, Israel, semil@tx.technion.ac.il

Differential Geometry of curves and surfaces is of high importance in such fields as Computer Graphics and Computer Aided Geometric Design and their applications. In practice, few Computer Science or Software Engineering students take a Differential Geometry Course, neither do they relate to it. We believe that this is a consequence of the traditional approach that includes a multitude of formulas, systems of partial differential equations and tensors that do not convey Geometric Intuition and involve a technical apparatus beyond the one acquired in the Calculus Courses. We propose an alternative approach, based upon the discrete equivalents of the differential notions. This approach is intuitive and befits the discrete and piecewise-linear contexts. It also allows the student to familiarize early with modern methods and research problems. We show how to introduce various discrete equivalents of such fundamental concepts as Gauss and Mean Curvature, Lines of Curvature and Geodesics.

Μια θέση για τη Διαφορική Γεωμετρία;

E. Saucan, Software Engineering Department, Ort Braude College, Karmiel and Mathematics Department, Technion, Haifa, Israel, semil@tx.technion.ac.il

Η Διαφορική Γεωμετρία καμπυλών και επιφανειών είναι μεγάλης σημασίας σε τομείς όπως η ηλεκτρονική γραφιστική και το γεωμετρικό σχέδιο με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή καθώς και στις εφαρμογές τους. Στην πράξη, ελάχιστοι φοιτητές Πληροφορικής ή Μηχανολογίας Λογισμικού παίρνουν μάθημα Διαφορικής Γεωμετρίας, και ούτε έχουν σχέση με αυτό. Πιστεύουμε ότι αυτό είναι συνέπεια της παραδοσιακής μεθόδου, η οποία περιλαμβάνει πλήθος τύπων, συστημάτων μερικών διαφορικών εξισώσεων και τανυστών που δεν μεταφέρουν τη Γεωμετρική Διάισηση και εμπεριέχουν ένα τεχνικές πέραν αυτών που αποκτήθηκαν στα μαθήματα Απειροστικού Λογισμού. Προτείνουμε μια εναλλακτική μέθοδο, που βασίζεται στα διακριτά ισοδύναμα των διαφορικών εννοιών. Αυτή η μέθοδος είναι διαισθητική και αρμόζει στα διακριτά και κατά τμήματα γραμμικά πλαίσια. Επιτρέπει επίσης στο φοιτητή να εξοικειωθεί νωρίς με τις σύγχρονες μεθόδους και τα ερευνητικά προβλήματα. Δείχνουμε πώς να εισάγουμε ποικίλα διακριτά ισοδύναμα τέτοιων θεμελιωδών εννοιών όπως η μέση καμπυλότητα και η καμπυλότητα Gauss, γραμμές καμπυλότητας και γεωδαισιακές.

Μια πρόταση “Αλλαγής Πλαισίου” στις συλλογιστικές διαδικασίες της Ευκλείδειας Γεωμετρίας του Λυκείου, με αφορμή μέρος του έργου “περί επιπέδων ισορροπιών” του Αρχιμήδη

A. Στράντζαλος, Σινώπης 10, 14341 Νέα Φιλαδέλφεια, astrantzalos@hotmail.com

Παρουσιάζεται με συντομία μια διδακτική μετάπλαση του πρώτου μέρους του έργου “Περί επιπέδων ισορροπιών” του Αρχιμήδη και οι συνακόλουθες επιπτώσεις της, με στόχους:

- Την ανάδειξη του διακλαδικού χαρακτήρα του Ευκλείδειου τρόπου σκέψης ήδη από την αρχαιότητα.
- Την εισαγωγή στον Ευκλείδειο τρόπο σκέψης, με την “απόδειξη” του “νόμου ισορροπίας των μοχλών” στη βάση των τριών πρώτων, καθαρά εποπτικού χαρακτήρα, αιτημάτων του Αρχιμήδη.
- Τη συζήτηση ενός παραδείγματος “αφαιρετικής διαδικασίας” (α) από το φυσικό δίπολο “βάρος σώματος – κέντρο βάρους του” στην αφηρημένη έννοια “σημειακό βάρος” και (β) από τον μοχλό στην έννοια “ευθύγραμμο σύστημα”.
- Την αξιοποίηση των προηγούμενων εννοιών, σε συνδυασμό με “παραδοχές” (αξιιώματα) που πρέπει να ικανοποιούν ώστε να εντάσσονται στο θεωρητικό πλαίσιο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, για τον εφοδιασμό των μαθητών με ένα άλλο, διαφορετικό από το Ευκλείδειο και αποτελεσματικό σε ειδικές περιπτώσεις, μεθοδολογικό πλαίσιο.

Η εργασία, που εντάσσεται και σε έναν ήδη εν εξελίξει γενικότερο πειραματισμό για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α΄ Λυκείου, αποτελείται από δύο μέρη: το πρώτο μέρος, που αναφέρεται στο έργο του Αρχιμήδη “Περί επιπέδων ισορροπιών”, διδάσκεται κατά το πρώτο τετράμηνο του τρέχοντος σχολικού έτους, ενώ το δεύτερο, που αφορά τις διδακτικές επιπτώσεις (εφαρμογές) όσων προηγήθηκαν στον κορμό της διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, προβλέπεται να διδαχθεί στο δεύτερο τετράμηνο.

Μια καινούργια προσέγγιση της διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Α΄ Λυκείου

Π. Στράντζαλος, Μαθηματικό Τμήμα, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Θα αναλυθούν περιληπτικά οι στόχοι και το περιεχόμενο μιας πρότασης για τη διδασκαλία στην Α΄ Λυκείου της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, βασισμένης στις επόμενες θεμελιώδεις αρχές:

- η Ευκλείδεια Γεωμετρία αποτελεί «πολιτισμικό αγαθό» και

-περιέχει παιδευτικό δυναμικό, που μπορεί να απελευθερωθεί με κατάλληλο προγραμματισμό και συνακόλουθη διδασκαλία.

Λόγω του περιορισμένου χώρου, θα γίνει αναφορά στα περιεχόμενα των διαφόρων κεφαλαίων (χωρίς λεπτομέρειες σε ό,τι αφορά την Ειδική Διδακτική που θα αποτελέσουν αντικείμενο μελλοντικών δημοσιεύσεων). Πιο συγκεκριμένα, (α) θα γίνει σύντομη παρουσίαση της ιστορικής εξέλιξης του πολιτισμού με επίκεντρο τη Γεωμετρία, του «Ευκλείδειου πλαισίου» για τη Γεωμετρία και ενός απλά αποδεικνυμένου χαρακτηρισμού της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και (β) θα θιγούν το πρώτο μέρος του έργου «Περί επιπέδων ισορροπιών» του Αρχιμήδη ως πλαίσιο για την πρώτη διευκρίνιση του ρόλου των αξιωμάτων στην ανάπτυξη μιας θεωρίας στη βάση «παραδοχών», ο ρόλος της μέτρησης γεωμετρικών μεγεθών (που δημιουργεί «πλαίσιο» διακριτό από εκείνο του Ευκλείδη), η «αλλαγή πλαισίου» που προκύπτει από τη «μαθηματικά νομιμοποιημένη» αξιοποίηση «αρχών της Φυσικής» στην αντιμετώπιση γεωμετρικών προβλημάτων και ο ρόλος του κύκλου και της μέτρησής του στη διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Τέλος, διατυπώνονται (με επιλεκτικές διευκρινίσεις) οι θεμελιώδεις, διδακτικές και επιστημολογικού χαρακτήρα αρχές που ελήφθησαν υπόψη κατά τη διαμόρφωση του περιεχομένου των διαφόρων κεφαλαίων.

Une expérimentation sur l'apprentissage de la structure déductive en démonstration

D. Tanguay, Université du Québec à Montréal, Département de Mathématiques, Section Didactique

La thèse centrale de Duval, à l'égard des difficultés rencontrées par les élèves avec les démonstrations, est à l'effet que ceux-ci n'en saisissent pas facilement les exigences propres parce qu'ils les appréhendent et traitent comme des *argumentations*.

Poussant plus radicalement les orientations de recherche qu'il propose, j'ai conçu des tâches où l'élève organise les propositions d'une démonstration géométrique dont on lui a présenté les grandes lignes, dans les cases vides d'un schéma sagittal.

La séquence de tâches a été expérimentée au printemps 2004 à Montréal dans trois classes de 1^{re} secondaire (12-13 ans). Les premières analyses des données recueillies permettent entre autres de conclure que :

- le raisonnement déductif par enchaînement d'inférences n'est pas spontanément compris des élèves, ni dans sa structure locale, ni dans sa structure globale ;
- le passage de la compréhension de prime abord satisfaisante d'une preuve, des idées en cause, de leur articulation dans les grandes lignes, à la production écrite de cette preuve en un raisonnement logiquement bien contrôlé, constitue pour l'élève un saut fondamental, et est intimement lié à sa maîtrise de la structure déductive ;
- le travail d'organisation mis en oeuvre dans les tâches proposées peut contribuer à améliorer l'intelligence qu'a l'élève des mécanismes qui régissent cette structure.

Μία πειραματική διερεύνηση όσον αφορά στην εκμάθηση της απαγωγικής δομής στην απόδειξη

D. Tanguay, Université du Québec à Montréal, Département de Mathématiques, Section Didactique,
tanguay.denis@uqam.ca

Η κεντρική θέση του Duval, σχετικά με τις δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές όσον αφορά τις αποδείξεις, είναι ότι, στην πραγματικότητα δεν συλλαμβάνουν εύκολα τις ιδιαίτερες απαιτήσεις των αποδείξεων διότι τις αντιλαμβάνονται και τις επεξεργάζονται σαν *επιχειρηματολογίες*.

Ωθώντας περαιτέρω επί το ριζοσπαστικότερο τις κατευθύνσεις έρευνας που προτείνει, σχεδίασα δραστηριότητες όπου παρουσιάζονται στο μαθητή οι γενικές κατευθύνσεις μίας γεωμετρικής απόδειξης και στη συνέχεια του ζητείται να οργανώσει τις προτάσεις της απόδειξης στις κενές θέσεις ενός διαγράμματος με βέλη [που δείχνουν την πορεία της απόδειξης].

Οι δραστηριότητες αυτές διερευνήθηκαν πειραματικά τον Άνοιξη του 2004 στο Μόντρεαλ σε τρία τμήματα της πρώτης τάξης της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης (μαθητές 12-13 ετών). Οι πρώτες αναλύσεις των δεδομένων που συλλέχθηκαν δείχνουν ότι:

- η τοπική αλλά και η ολική δομή της απαγωγικής συλλογιστικής μέσω της διαδοχής συνεπαγωγών, δεν είναι αυθόρμητα κατανοητή από τους μαθητές.
- το πέρασμα από μια κατανόηση που είναι ικανοποιητική σε πρώτη προσέγγιση όσον αφορά μία απόδειξη, τις ιδέες που εμπλέκονται και την δόμηση τους σε γενικές γραμμές, στην γραπτή παραγωγή αυτής της απόδειξης, η οποία συνιστά μία λογικά καλά ελεγχόμενη διαδοχή συλλογισμών, συνιστά για το μαθητή ένα θεμελιώδες άλμα, και συνδέεται στενά και σε βάθος με το κατά πόσο ο μαθητής ελέγχει την απαγωγική δομή
- η δουλειά οργάνωσης που υλοποιείται στις προτεινόμενες δραστηριότητες μπορεί να συμβάλει στη βελτίωση της κατανόησης του μαθητή σε ό,τι αφορά τους μηχανισμούς που διέπουν αυτή τη δομή.

Διαθεματικότητα και Μαθηματικά: Παραδείγματα μοντελοποίησης

Γ. Μ. Τρούλης, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστημίου Κρήτης, gtroulis@edc.uoc.gr

Οι όροι διαθεματικότητα και διεπιστημονικότητα είναι συστατικά στοιχεία της Παιδαγωγικής Επιστήμης. Τα περιεχόμενα των θετικών και των ανθρωπιστικών επιστημών μεταπλασμένα σε διδάξιμη κατάσταση, ανάλογα με τη βαθμίδα και την τάξη εκπαίδευσης στην οποία απευθύνονται, συγκροτούν το εμπειρικό της περιεχόμενο.

Εξάλλου ο διαμεσολαβητικός ρόλος της Παιδαγωγικής μεταξύ των επιστημών και του αναπτυσσόμενου ανθρώπου οφείλει να είναι διεπιστημονικός προκειμένου να συμβάλλει στη δημιουργία ολοκληρωμένων ατόμων.

Διαχρονικά η παιδαγωγική σκέψη τόνισε την ανάγκη της διεπιστημονικής καλλιέργειας των ατόμων για την πνευματική τους ολοκλήρωση. Έτσι από την καλοκαγαθία της κλασικής αρχαιότητας, πέρασε στο homo universalis της Αναγέννησης, έφτασε στο «τα πάντα δια κάτι και κάτι δια τα πάντα» του Διαφωτισμού και φτάνοντας στη μετανεωτερική εποχή μας ζητεί να μορφώσει πολύπλευρα τα άτομα για να ζήσουν στην πολυσύνθετη και πολύπλοκη εποχή μας.

Έξοχα παιδαγωγικά πνεύματα όπως οι Ντιούη, Μοντεσσόρι, Ντεκρολύ, Φρενέ κ.ά. επεξεργάστηκαν θεωρητικά και εφάρμοσαν στην πράξη συστήματα αγωγής στηριγμένα στις αρχές της διαθεματικότητας και της διεπιστημονικότητας.

Τα Αναλυτικά προγράμματα του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος, σ' όλη τη διάρκεια του εικοστού αιώνα, συντάχθηκαν με τη λογική του ακαδημαϊσμού που επιδιώκει τη μονο-επιστημονική ανάλυση και διδασκαλία των αντικειμένων που οδηγούν στην μόρφωση μονοδιάστατων ατόμων.

Είναι παρήγορο ότι, στην αρχή του εικοστού πρώτου αιώνα, το ΥΠΕΠΘ προχωρεί στη θεσμοθέτηση Ενιαίου Διαθεματικού Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών ΔΕΠΠΣ με σκοπό να αναδείξει τη σημασία της διαθεματικότητας για τη μόρφωση των μαθητών.

Προνομακός χώρος για την ανάπτυξη του ΔΕΠΠΣ είναι τα Μαθηματικά.

Στην εισήγησή μου θα παρουσιάσω τέσσερα διαφορετικά παραδείγματα (μοντέλα) διεπιστημονικής και διαθεματικής προσέγγισης της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο.

Δυνατότητες και συμπεριφορά των μαθητών της ΣΤ' τάξης σε σχέση με τα κριτήρια εκτίμησης και έλεγχου του μεγέθους των αποτελεσμάτων των πράξεων

Γ. Χαλεπάκη, Εκπαιδευτικός Α'βάθμιας Εκπαίδευσης, Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Διδακτικής Μαθηματικών, gchalepaki@hotmail.com

Η παραγωγή και χρήση κριτηρίων εκτίμησης και ελέγχου των αλγορίθμων των τεσσάρων αριθμητικών πράξεων συνιστά ιδιαίτερα ωφέλιμη δραστηριότητα στο πλαίσιο της μαθησιακής διαδικασίας, σύμφωνα με έρευνες διδακτικού περιεχομένου. Ωστόσο, ο ρόλος τους αγνοείται κατά ένα μεγάλο μέρος, τόσο από τους εκπαιδευτικούς, όσο και από το Αναλυτικό Πρόγραμμα. Με βάση τις διαπιστώσεις αυτές πραγματοποιήσαμε διδακτική παρέμβαση σε μαθητές Στ' Δημοτικού, προκειμένου να διερευνηθεί η συμπεριφορά και οι δυνατότητές τους σε σχέση με τα κριτήρια εκτίμησης και ελέγχου των αλγορίθμων των τεσσάρων αριθμητικών πράξεων και συγκεκριμένα σε σχέση με τα κριτήρια εκτίμησης και ελέγχου του μεγέθους των αποτελεσμάτων των πράξεων. Για την επίτευξη του ίδιου σκοπού, δόθηκε ερωτηματολόγιο στους μαθητές στους οποίους εφαρμόστηκε η διδακτική παρέμβαση, ενώ ελέγχθηκε και ομάδα ελέγχου που αποτελούνταν από μαθητές άλλων τμημάτων της Στ' τάξης. Τα αποτελέσματα της έρευνας καταδεικνύουν αφενός το μεγάλο έλλειμμα σε ό,τι αφορά τη χρήση κριτηρίων εκτίμησης και ελέγχου από μαθητές που δεν έχουν δεχθεί διδακτική παρέμβαση και αφετέρου τη σημαντική βελτίωση των μαθητών που έγιναν δέκτες της οργανωμένης διδακτικής παρέμβασης.
